

10ème Congrès Français d'Acoustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

Réponse Acoustique d'Elastomères Micro-Inclusionnaires Soumis à la Pression d'Immersion

S. Beretti

DGA Techniques navales, avenue de la Tour Royale, BP 40195, 83050 Toulon Cedex, France
stephane.beretti@dga.defense.gouv.fr

Les élastomères incluant des cavités d'air fermées sont largement utilisés dans le monde des Sous-Marins dans diverses applications (Transmission-Loss, anéchoïque, masquage découplant, réflecteur mou). Les mesures des concepts à base de micro-cavités souples, montrent des phénomènes non linéaires selon la pression d'immersion (jusqu'à plusieurs centaines de mètres); tant en statique (compressibilité) qu'en dynamique (sur des échantillons en laboratoire et sur des panneaux soumis à une onde plane en cuve d'eau pressurisée). On présente des résultats de mesures selon la fréquence (F simulée par équivalence température-fréquence ou réelle) et selon l'immersion. Les modèles d'homogénéisation permettent de caractériser correctement ces matériaux: connaissant sa matrice via par son module de cisaillement dynamique, puis en simulant par une loi exponentielle l'immersion via le taux d'air inclus restant (les cavités s'écrasant). Une interpolation empirique et un modèle tenant compte de la coque sphérique des cavités (en surface), permettent de tenir compte de l'effet non linéaire. Ces paramètres combinés à un modèle de diffraction de plans épais soumis à une onde plane, permettent ainsi de simuler correctement la réponse acoustique de revêtements à priori complexes.

1 Introduction

Ce papier donne des résultats (mesures, modèles) obtenus sur des élastomères contenant des micro cavités fermées renfermant de l'air. Les données prennent en compte l'effet statique (compressibilité selon l'immersion) et son influence en dynamique (célérités des ondes élastiques, réponse à une onde plane).

Il existe généralement deux concepts d'élastomère contenant des cavités d'air. Ils sont utilisés dans des applications sous-marines (absorbant d'onde sonar, réduction du bruit rayonné, bafflage d'antenne d'hydrophones ...):

Le premier concept contient des macro-alvéoles d'air (quelques mm à quelques cm) obtenues par moulage et périodiquement espacées. Pour la famille *Alberich*, du nom du premier anéchoïque utilisé avec succès sur un sous-marin U-boat allemand en 1944, la réduction d'écho sur un support acier revêtu est liée à la résonance de la cavité, qui peut être modélisée analytiquement par un motif élémentaire, par exemple cylindrique [1]. Les codes d'éléments finis FEM ont permis de modéliser d'autres formes d'alvéoles et peuvent aussi simuler l'immersion en appliquant une pression statique donnant la déformation de la cavité [2]. Mais la confrontation à des mesures, en dynamique et en immersion, est rarement évoquée.

Le second concept concerne les matériaux étudiés dans ce papier. On voit sur la figure 1 que les alvéoles sont des coques sphériques micrométriques incorporées aléatoirement mais de façon homogène, dans une matrice en élastomère (la paroi des coques, de diamètre variable, est en polymère un peu plus dur que l'élastomère de la matrice les entourant).

PS: Il ne faut pas confondre ces matériaux avec les mousses syntactiques (où les inclusions sont des coquilles de verre et

le substrat une résine beaucoup plus raide que les élastomères), ou bien avec des matériaux poreux (cavités "ouvertes" en communication avec l'eau ...).

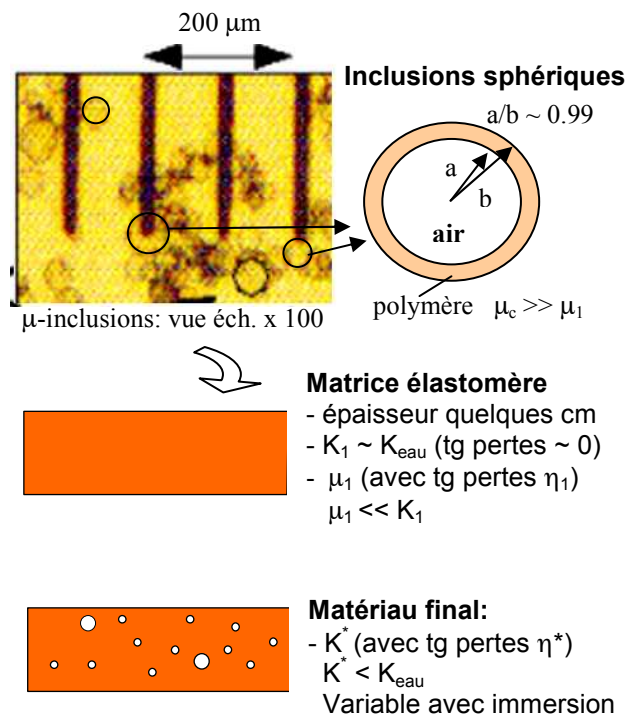


Figure 1: Composants d'un élastomère micro-inclusionnaire et leurs modules élastiques (K : Bulk μ : Shear)

2 Comparaisons mesures - modèles

2.1 Caractéristiques des matériaux (notations)

ρ	Masse volumique (kg /m ³)
K	Module de compressibilité (Pa) ou Bulk modulus.
μ	Module de cisaillement (Pa) ou Shear modulus.
P	Pression due à l'immersion (réf 0 Pa = en surface)
ϕ	Taux volumique d'inclusions selon P
ϕ_0	Taux volumique d'inclusions à P=0
V_0	Volume du matériau à P=0

En dynamique, les termes X (K ou μ) peuvent être complexes et s'écrivent alors sous la forme $X = X' (1 + i \eta_x)$ avec η la tangente de pertes viscoélastiques, $i^2 = -1$.

Ceci s'applique aussi aux vitesses des ondes élastiques déduites de K et μ :

C_p	Vitesse des ondes de compression (m/s)
C_s	Vitesse des ondes de cisaillement (m/s)

En statique, on note les paramètres X sous la forme indicée X_{stat} .

Pour le matériau de la matrice élastomère (sans inclusions), on note les caractéristiques Y (X ou ρ etc ...) sous la forme indicée $_1$: Y_1 .

Pour le matériau équivalent aux inclusions, on note sous la forme indicée $_2$: Y_2 .

Pour le matériau de la coque polymère des inclusions, on note sous la forme indicée $_c$: Y_c .

Pour le matériau de l'élastomère "formé" (avec les inclusions), on note ses caractéristiques homogènes équivalentes sous la forme indicée $*$: Y^* .

2.2 Comportement en statique (compressibilité)

En notant V le volume total du matériau, V_1 celui de la matrice et V_2 celui occupé par les inclusions de taux volumique ϕ , on a:

$$V = V_1 + V_2 \quad \text{et} \quad \phi = V_2 / V \quad (1)$$

Le module de compressibilité *isotherme* est:

$$K = -V \cdot \partial P / \partial V \quad (2)$$

La compressibilité de la matrice étant supposée être très forte par rapport à celle des inclusions ($\sim$ air), on en déduit que la variation du volume V du matériau selon la pression P est essentiellement due à celle du volume des inclusions, ce qui donne avec Eq.(1):

$$V(1 - \phi) \approx V_0(1 - \phi_0) \quad (3)$$

Les mesures de la variation de volume de divers échantillons de dureté proche (μ_{1stat} proche), ont été réalisées avec des taux variables d'inclusions. L'appareil de laboratoire utilisé est basé sur la mesure de la variation de volume d'une huile contenue dans l'enceinte pressurisée contenant l'échantillon ($V_0 \sim 100-500 \text{ cm}^3$) [6]. Pour des petites variations dP , on en déduit la variation de volume dV due à la compressibilité du matériau; puis la valeur du module $K^*(P)$ statique *isotherme* via l'équation (2).

On confronte ces mesures à un modèle d'homogénéisation de matériau composite (Kerner) [3]: dans le cas d'inclusions (matériau 2) noyées dans une matrice (matériau 1), on a l'équation (4) donnant le module de compressibilité du matériau homogène équivalent au matériau micro-inclusionnaire.

$$K^* = [K_1(1 - \phi) + K_2\beta\phi] / [1 - \phi + \beta\phi] \quad (4)$$

$$\beta = (K_1 + 4\mu_1 / 3) / (K_2 + 4\mu_1 / 3)$$

Si on ne considère pas la paroi de la coque des inclusions, ce qui revient à annuler K_2 dans l'Eq.(4) (air assimilé à du vide), on obtient alors la forme simplifiée de Kerner, Eq. (5).

$$K^* = K_1(1 - \phi) / [1 + (3K_1 / 4\mu_1)\phi] \quad (5)$$

Pour ce cas particulier et une matrice élastomère, Gaunaud [3] en a déduit le taux volumique occupé par les inclusions à la pression P, Eq. (6). Ce taux peut être entré dans l'équation (5) afin d'obtenir K^* selon la pression.

$$\phi = \phi_0 \exp(-3P / 4\mu_{1stat}) \quad (6)$$

La figure 2-a montre que le taux volumique d'inclusions mesuré est correctement modélisé par l'Eq.(6), compte tenu des incertitudes (détermination de μ_{1stat} et de ϕ_0). Aux hautes pressions, l'écart est normal car le modèle ne tient pas compte de la compressibilité due à la matrice, induisant une variation de volume supplémentaire plus marquée dans cette zone. A "basse" pression, notée ici vers P_f , on constate cependant une *allure différente* de la mesure: une faible variation de volume puis une inflexion.

C'est en visualisant les variations de K^* , figure 2-b, que l'on voit que le modèle Eq. (5-6) sous-évalue de façon importante le niveau mesuré en dessous P_f à "faible" immersion. Par contre, au dessus de P_f , le modèle est conforme aux mesures et tous deux convergent aux hautes pressions, vers la valeur K_1 de la matrice.

En utilisant un autre modèle statique [4] donnant $\phi(P)$ et prenant en compte l'effet de la compressibilité de l'air situé dans les inclusions, on voit sur la figure 2-a (trait -.- vert), qu'il ne permet toujours pas d'obtenir l'inflexion mesurée. Ce modèle suppose que l'inclusion reste sphérique quand elle s'écrase.

Ces modèles (Eq. (5) ou réf. [4]) ne tiennent pas compte de l'élasticité de la coque polymère des inclusions (figure 1); ce polymère étant plus "dur" que l'élastomère de la matrice ($1000 \mu_1 > \mu_c > 100 \mu_1$)_{stat}.

Pour une coque sphérique, on peut obtenir une compressibilité K^* à $P=0$ tenant compte de la raideur de cette coque: soit en entrant la valeur du module de compressibilité d'une coque mince sphérique dans le terme K_2 du modèle de Kerner Eq. (4), ou bien à partir d'autres modèles d'homogénéisation (modèle de Gaunaud-Überall basé sur une seule inclusion sphérique [5]).

En se limitant aux termes prépondérants, on aboutit à une formule de la forme Eq. (7). On voit qu'il s'agit d'une extension du modèle de Kerner simplifié Eq.(5).

$$K_{stat(P=0)}^* \approx K_1(1 - \phi_0 + \alpha \mu_c / \mu_1) / [1 + \alpha(1 - \phi_0) \mu_c / \mu_1 + (3K_1 / 4\mu_1) \phi_0] \quad (7)$$

α dépend des caractéristiques du polymère de la coque K_c , μ_c , ainsi que du ratio de coque $(1 - a^3/b^3)$, avec les rayons de la coque: interne a et externe b .

La flèche sur la figure 2-b indique que ce modèle donne une bonne estimation du module de compressibilité en surface. Mais il est important de noter que ce modèle n'est pas applicable en l'état lorsque l'on comprime le matériau selon l'immersion. En remplaçant par exemple le taux volumique ϕ_0 dans l'équation (7), par $\phi(P)$ (Eq.(6)), cela donnerait des résultats incorrects (K^* serait croissant selon P à partir du niveau de la flèche sur la figure 2-b, ce qui s'écarterait de la mesure).

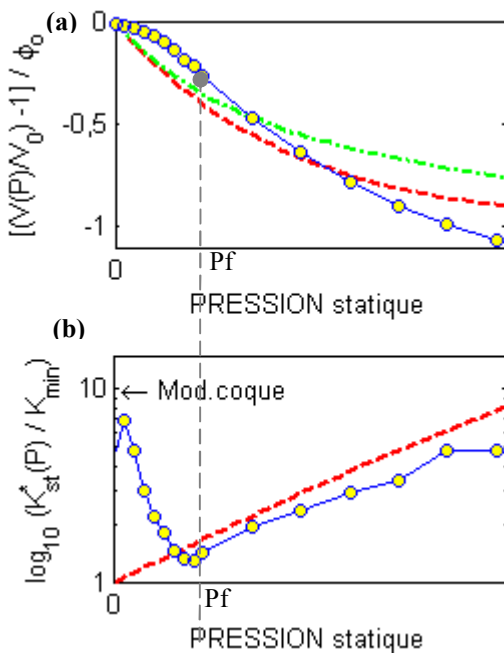


Figure 2 : (a) Variation de volume (b) module K^* statique d'un élastomère μ -inclusionnaire (ϕ_0 quelques %). Niveaux normalisés, selon la pression.

Mesure (-o-)

Modèles sans coque: --- rouge, Eq. (5-6). -.- vert, réf.[4]

Modèle avec coque sphérique à $P=0$: flèche, Eq.(7)

Ces évaluations indiqueraient que la présence de la coque des inclusions d'air induit une variation non linéaire du module de compressibilité selon l'immersion. A partir d'une pression hydrostatique suffisante, on peut utiliser un modèle d'homogénéisation simple (Kerner), ne tenant pas compte de la coque, via une loi en "exponentiel" donnant le taux d'air restant dans l'élastomère.

2.3 Vitesse des ondes de compression du matériau homogène équivalent

La nature viscoélastique de la matrice élastomère se traduit par un module de cisaillement μ_1 dynamique

incluant une tangente de pertes. Ce paramètre, évoluant selon la fréquence et la température, est mesuré avec un viscoanalyseur type Metravib RDS (utilisant des lois d'équivalence température-fréquence dites WLF). Les courbes obtenues sont décrites par des polynômes. Les mesures du module de compressibilité K_1 avec un K-mètre dynamique (utilisant aussi des lois WLF) montrent que ce coefficient est pratiquement réel et constant sur toute la gamme de fréquences.

Pour obtenir les célérités des ondes élastiques, on a les égalités et les formes simplifiées suivantes, Eq. (8). Pour C_p^* , on a $K^* \gg \mu^*$ sur nos gammes de fréquences; Pour C_s^* , on utilise une autre formule donnée par Kerner pour estimer le module de cisaillement μ^* .

$$C_p^* = \sqrt{(K^* + 4\mu^*/3) / \rho^*} \approx \sqrt{(K^*(1 + i\eta_{K^*}) / \rho^*}$$

$$C_s^* = \sqrt{\mu^* / \rho^*} \approx \sqrt{\mu_1'(1 + i\eta_{\mu_1}) / [(1 + 5\phi/3)\rho^*]} \quad (8)$$

Afin de mesurer la vitesse qui nous intéresse C_p^* , on peut utiliser un K-mètre dynamique pressurisé donnant K^* d'un échantillon micro-inclusionnaire ($\sim 1 \text{ cm}^3$) situé dans une cellule de mesure pressurisée et remplie d'huile; cette dernière se trouvant dans une enceinte thermostatée afin d'utiliser les lois WLF [6]. Avec la mesure de la densité et l'équation (8), on arrive ainsi à des résultats sous la forme de la figure 3 (voir le trait -o- pour cette mesure).

Cette célérité complexe se déduit aussi de la mesure selon la fréquence, dans une cuve pressurisée, du coefficient de transmission en niveau et en phase, d'un panneau en élastomère d'épaisseur donnée [7]. Un exemple de mesure de ce coefficient est donné dans la figure 4.

Un autre moyen, moins imposant qu'une cuve, est basé sur la mesure de la raideur d'une petite tuile excitée et précontrainte pour simuler l'immersion. Moyennant un blocage latéral des déplacements de la tuile, on arrive à déterminer à basse fréquence et à température ambiante, la valeur de " $\rho^* \cdot C_p^{*2}$ " selon P .

Dans le cas des élastomères micro-inclusionnaires de la figure 1, ces trois moyens d'évaluation ont tous mis en évidence l'évolution non linéaire de C_p^* selon l'immersion.

Pour modéliser C_p^* (et C_s^*), on utilise de nouveau les formules Eq.(4, 5 ou 7), en remplaçant les termes K_1 , μ_1 par leur valeur sous forme complexe (avec leur tangentes de pertes).

Pour le modèle en surface, Eq.(7), avec la coque, on utilise un μ_c complexe (La référence [5] donne aussi une autre équation en dynamique, équivalente à Eq.(7), incluant des termes d'amortissement).

La gamme de nos fréquences se situe largement sous le domaine de résonance des inclusions micrométriques. Leur concentration étant relativement faible, on suppose qu'il n'y a pas d'effet de multiples diffractions.

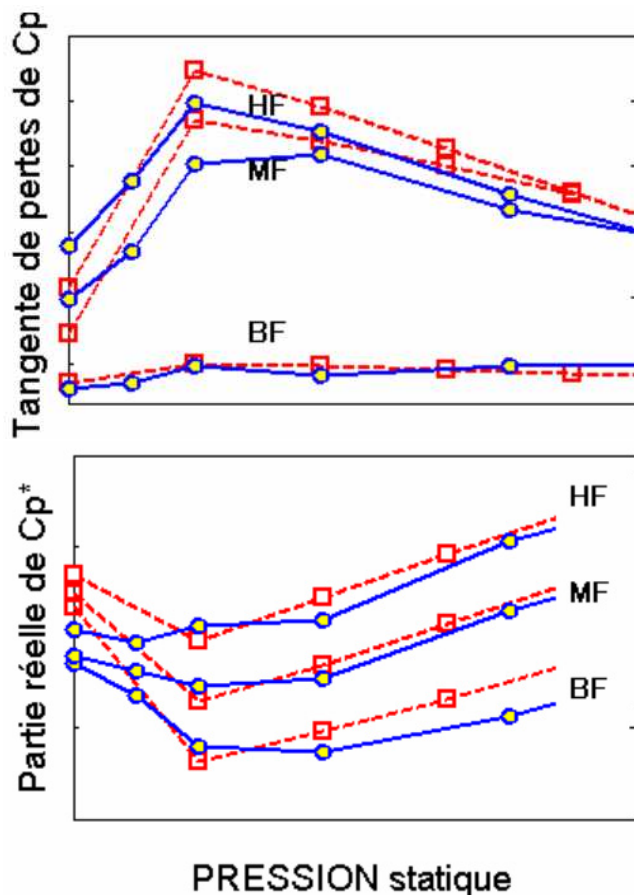


Figure 3 : Célérité C_p^* d'un élastomère μ -inclusionnaire, ($\phi_0 < 5\%$), selon l'immersion, pour 3 fréquences données.
Mesure K-mètre dynamique (-o-) Modèles (-□-)

La figure 3 donnant des valeurs de C_p^* , modélisées et mesurées, montre des résultats intéressants.

A partir d'une certaine immersion, le modèle de Kerner-Gaunard Eq. (5-6) peut rester valable jusqu'à des fréquences de quelques dizaines de kHz (HF sur la figure).

L'évolution non linéaire de la partie réelle de C_p^* selon l'immersion (surtout visible aux plus basses fréquences BF-MF), est conforme à celle de K_{stat}^* de la figure 2-b.

L'évolution de la tangente de pertes de C_p^* selon l'immersion suit aussi une loi non linéaire (plus marquée quand les niveaux sont significatifs, ici à plus haute fréquence).

Les évolutions à basse immersion sont modélisables en première approche, en interpolant linéairement (comme sur la figure 3 en pointillé), les valeurs obtenues avec les modèles: à $P=0$, Eq. (4) et à P plus important, Eq. (5-6).

En se basant sur l'évolution de K_{stat}^* mesurée (comme celle de la courbe "-o-" de la figure 2-b), on peut estimer la pression à partir duquel le modèle de Kerner-Gaunard, Eq. (5-6), s'appliquerait.

2.4 Réponse en eau de panneaux soumis à une onde plane

Le moyen d'essais utilisé était une cuve d'eau DGA adaptée à nos évaluations: pressurisable, température de

l'eau réglable, parois anéchoïques, validité à partir de 2 kHz environ pour l'onde plane émise et pour les réponses mesurées. Les panneaux sont plans ($0,8\text{ m}^2$), font quelques centimètres d'épaisseur et sont éventuellement posés sur une plaque en acier. Les réponses évaluées, en module et en phase, sont soit le coefficient de réflexion (pression acoustique réfléchie divisée par la pression acoustique incidente), soit le coefficient de transmission (pression acoustique transmise divisée par la pression acoustique incidente).

Pour modéliser ces réponses, on utilise un outil simulant un système d'une ou plusieurs couches élastiques planes infinies, ici entourées d'eau. L'entrée des caractéristiques du matériau de chaque couche concerne l'épaisseur, la masse volumique et les vitesses des ondes C_p et C_s sous forme complexe. Pour nos élastomères inclusionnaires, ces célérités sont calculées selon les méthodes présentées auparavant; sous une forme complexe, selon l'immersion et la fréquence, ainsi qu'à la température donnée (via les courbes de mesure du module de cisaillement μ_1 utilisé dans les équations). L'influence de l'immersion (écrasement) est aussi prise en compte pour l'épaisseur et la masse volumique, qui sont variables d'après les Eq. (3, 6). On tient compte dans le modèle, de l'angle d'incidence de l'onde (ici elle est normale au panneau, ce qui permet de ne pas utiliser les célérités C_s^*).

La figure 4 donne le coefficient de transmission d'un panneau élastomère micro-inclusionnaire, selon la fréquence et sur une large gamme d'immersions. On voit que les modèles donnent des résultats proches des mesures, ici jusqu'à une fréquence supérieure à 10 kHz. La non linéarité de la célérité C_p^* selon P , a une conséquence très marquée: le matériau en surface a une perte en transmission plus faible (alors qu'il contient plus d'air en volume), que le matériau à une immersion importante (où le volume d'air est devenue très faible, ici sous plusieurs dizaines de bars).

On pourrait affiner le modèle en surface, en hautes fréquences, en tenant compte de multiples diffractions sur les cavités ou des microsphères de diamètre variable [5].

Dans le cas du coefficient de réflexion d'un panneau élastomère micro-inclusionnaire, fixé sur une plaque en acier épaisse (mesure de l'anéchoïsme), les modèles permettent de retrouver, en niveau et en fréquence, les premiers "pics" de forte atténuation de l'écho mesurée. Il s'agit d'une fréquence particulière, correspondant pour le premier pic, à l'égalité de la demie-longueur d'onde de compression dans le matériau avec l'épaisseur de la tuile. Cette longueur d'onde étant variable selon la fréquence, la température et l'immersion, via le terme C_p^* . A plus hautes fréquences (plusieurs dizaines de kHz), l'effet des pertes en compression est bien modélisé (effet d'amortissement proche des mesures, sur les courbes selon la fréquence).

Il faut noter que les modèles de réponse en réflexion, sont moins précis que pour la transmission, et que la mesure de l'écho est plus difficile à évaluer. La pression réfléchie modélisée est aussi plus sensible vis-à-vis d'une incertitude sur les caractéristiques entrées (polymère des coques, module de cisaillement de la matrice, ϕ_0 ...).

A partir de mesures similaires réalisées dans une autre cuve pressurisée sur des panneaux élastomères micro-inclusionnaires, la référence [8] montre aussi la non

linéarité des réponses selon l'immersion. Les modèles matériaux utilisés ici selon l'immersion, supposent que les microsphères gardent une forme sphérique en s'écrasant (modèle exact non détaillé dans l'article). La réponse modélisée donne peu de différences entre 1 bar et 7 bars, contrairement aux mesures.

Ceci confirmerait que les modèles à faible immersion, supposant une coque restant parfaitement sphérique et d'épaisseur uniforme, sont moins précis.

A ce stade, on peut supposer que les contraintes (dus à l'immersion) exercées sur les microsphères induisent peut être un fléchissement de leur coque dès les « premiers bars » (suite à des imperfections dans leur épaisseur, de l'ordre de 10^{-7} m).

A partir d'une certaine immersion, il est très probable que les coques très fléchies, ne « raidissent » plus l'élastomère avec de l'air inclus, et ne jouent plus de rôle. Ceci semble confirmé par la bonne corrélation des mesures avec les modèles Kerner-Gaunaud qui ne prennent pas en compte la coque des microsphères, mais seulement leur volume restant (l'air).

Des études en laboratoire utilisant des petits moyens comme ceux évoqués précédemment, pourraient éclaircir ce sujet. Elles seraient utiles afin de prévoir le comportement acoustique des matériaux à de faible immersion (en lac, dans une cuve d'eau ouverte).

Ces données seraient aussi utiles afin de valider d'autres modèles, avec une coque pour les inclusions: déformée, non sphérique, et partiellement fléchi. Par exemple, la compressibilité $K_2(P)$ équivalente d'une coque "imparfaite", serait calculable par éléments finis (figure 5), pour être ensuite entrée dans les modèles d'homogénéisation existants.

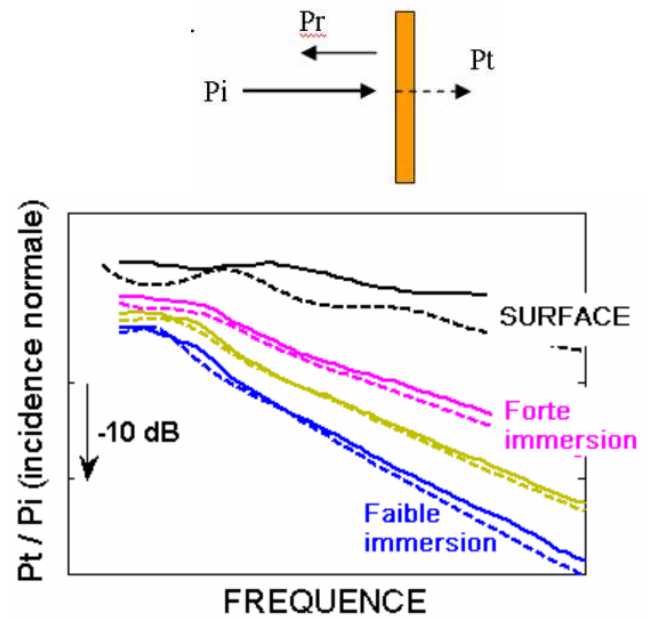


Figure 4 : Coefficient de transmission d'un panneau élastomère μ -inclusionnaire ($\phi_0 \sim 10\%$), selon la fréquence, pour 4 immersions données. Mesure en cuve DGA (traits pleins). Modèles (---)

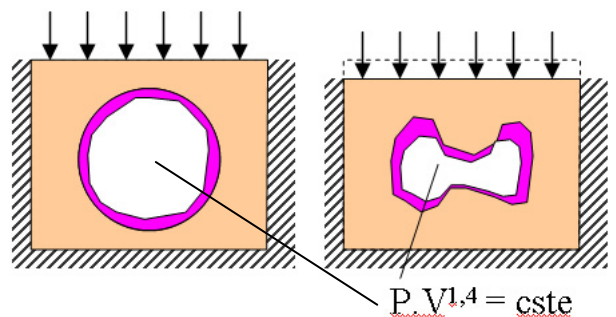


Figure 5 : Modèle par éléments finis de la compressibilité d'une cavité d'air tenant compte du fléchissement de sa coque (due à son épaisseur irrégulière)

3 Conclusion

Il est possible de modéliser selon la fréquence et une pression statique (l'immersion), la réponse acoustique d'élastomère contenant des microcoques sphériques souples renfermant de l'air (dimensions des coques inférieures à 10^{-4} m).

Ceci en utilisant des modèles d'homogénéisation des caractéristiques de matériau, ne nécessitant principalement: qu'une mesure dynamique avec un viscoanalyseur (module de cisaillement de la matrice élastomère) ainsi que la valeur du taux volumique d'inclusions incorporées (en surface).

En surface, le modèle tient compte de plus, de la raideur des microcoques plastiques sphériques.

A partir d'une certaine immersion, un modèle simple sans coque (Kerner-Gaunard avec une loi en "exponentiel" donnant le taux d'air restant dans l'élastomère) est correctement validé sur les gammes des fréquences sonars.

Aux immersions intermédiaires (plutôt faibles), on peut en première approche interpoler les deux modèles ou bien se recalculer avec des petits moyens de mesure statique donnant la variation de volume sous l'immersion.

Sur ce domaine d'immersions, les évolutions selon P des caractéristiques dynamiques du matériau peuvent être très importantes. Des nouveaux modèles "matériaux" utilisant des simulations statiques élémentaires sur des microcoques irrégulières et fléchies, seraient envisageables.

Références

- [1] Gaunard G. "One-dimensional model for acoustic absorption in a viscoelastic medium containing short cylindrical cavities", *J. Acoust. Soc. Am.* 62 (2), 298-307 (1977).
- [2] Panigrahi S.N., Jog C.S., Munjal M.L. "Multi-focus design of underwater noise control linings based on finite element analysis", *Applied Acoustics* 69, 1141-1153 (2008).
- [3] Gaunard G., Callen E., Barlow J. "Pressure effects on the dynamic effective properties of resonating perforated elastomers", *J. Acoust. Soc. Am.* 76 (1), 173-177 (1984).
- [4] Baird A.M., Kerr F.H. "Acoustic performance of voided materials: dependency on frequency and depth", *Paper IEEE, Crown* (1994).
- [5] Baird A.M., Kerr F.H., Townend D.J. "Wave propagation in a viscoelastic medium containing fluid-filled microspheres", *J. Acoust. Soc. Am.* 105 (3), 1527-1538 (1999).
- [6] Guillaussier P. ..., communication sur les appareils de mesure du laboratoire de rhéologie DGA/DCN Ingénierie, forum *Acusticum*, Anvers (1996).
- [7] Audoly C. "Global characterisation of acoustic panels at normal incidence for underwater applications", *Acustica* 76, 129-136 (1992).
- [8] Humphrey V.F., Martin M.J., Hugin C.T., Robinson S.P. ... "Acoustic characterization of panel materials under simulated ocean conditions using a parametric array source", *J. Acoust. Soc. Am.* 124 (2), 803-814 (2008).