

10ème Congrès Français d'Acoustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

Evaluation du temps de mélange à partir de la distribution temporelle du libre parcours dans une salle

Alexis Billon¹, Simon Dirix¹, Jean-Jacques Embrechts¹

¹INTELSIG, Université de Liège, B28, B-4000 Liège, abillon@ulg.ac.be

Dans un espace clos où se mélangent les nombreuses ondes réfléchies, diffusées et diffractées par les surfaces, la propagation de l'énergie sonore peut être décomposée en deux étapes: tout d'abord, un processus déterministe pour lequel il est possible d'identifier individuellement chaque contribution, suivi d'un processus stochastique pour lequel les contributions doivent être globalisées et vues comme un processus quasi-aléatoire. Le seuil de transition entre les deux comportements est matérialisé dans l'échogramme par le temps de mélange. Dans cette étude, le temps de mélange est analysé en regard de la distribution temporelle du libre parcours. Celle-ci est obtenue numériquement à l'aide du programme de tir de rayons large bande Salrev. Dans un premier temps, le mélange est identifié au travers du caractère asymptotique de cette distribution. Le temps de mélange est alors défini comme la durée (mesurée à partir de l'instant d'émission au départ de la source) nécessaire pour atteindre ce comportement asymptotique. A partir de cette définition du temps de mélange sont étudiées les influences de divers paramètres géométriques et acoustiques. Ensuite, trois applications pour des salles de concert sont réalisées. Cette étude montre que les valeurs obtenues pour le temps de mélange convergent vers celles observées expérimentalement, à condition que les parois de la salle soient suffisamment diffusantes.

1 Introduction

Lorsqu'un espace clos est excité par une source sonore, la propagation de l'énergie sonore peut être décomposée en deux phases. Dans un premier temps, le processus suit un déterminisme où chaque contribution peut être identifiée individuellement. Ensuite, les multiples diffusions et diffractions aux parois de la salle confèrent au processus un caractère quasi-aléatoire [1]. Le temps de transition entre les deux régimes est appelé temps de mélange et est noté T_m dans la suite de cet article.

De manière similaire, le rendu sonore temps réel d'une salle couple souvent une méthode de simulation déterministe pour la partie précoce et une méthode stochastique pour la partie tardive [2]. La transition d'une méthode à l'autre s'effectue alors par rapport à un ordre de réflexion donné [3] ou un temps de transition [4]. Une meilleure connaissance du temps de mélange permettrait un rendu sonore physiquement plus réaliste.

Plusieurs expressions du temps de mélange ont été proposées dans la littérature. Elles sont basées sur la géométrie de la salle considérée. A partir de considérations psychoacoustiques, Polack [5] propose une borne supérieure :

$$T_m \leq \sqrt{V} \text{ ms}, \quad (1)$$

où V est le volume de la salle. Cette valeur a été confirmée expérimentalement pour la salle Pléyel [6,7]. A partir de mesures effectuées dans de multiples salles, Hidaka et coauteurs [8] obtiennent une bonne corrélation du temps de mélange avec la loi empirique suivante :

$$T_m \leq 2 \times \sqrt{V} \text{ ms}. \quad (2)$$

Enfin, Blesser [9] propose la relation suivante :

$$T_m \approx 3\lambda / c \text{ ms}, \quad (3)$$

où c est la vitesse du son et λ le libre parcours moyen [10] :

$$\lambda = 4V / S, \quad (4)$$

avec S la surface totale des parois de la salle. Un bon accord avec l'expression (3) a été obtenu avec des mesures au sein de la salle Pléyel [6] mais aucune justification n'est proposée quant à son établissement [9].

Des expressions, basées sur le temps de réverbération, ont aussi été proposées. Pour [8], le temps de mélange est égal à 8% du temps de réverbération alors qu'il varie entre 2% (réflexions diffuses) et 11% (réflexions spéculaires) suivant la diffusion des parois pour [11].

Le temps de mélange mesuré in situ au sein d'une même salle varie suivant la distance source/récepteur [7], en opposition avec la théorie qui prévoit que le mélange se produit au même instant en tout point de la salle. Ainsi, une procédure permettant de déterminer le temps de mélange de manière unique au sein d'une salle est nécessaire. Dans cet article, une procédure basée sur des résultats de tirs de rayons est développée.

L'utilisation de rayons sonores pour étudier le comportement du système salle/source a été justifiée théoriquement par [12]. Ainsi, [13] et [14] ont étudié le mélange au sein de salles bidimensionnelles (billards) à l'aide d'un tel modèle. Classiquement en théorie des systèmes dynamiques [15], le mélange est caractérisé par l'exposant de Liapounov du système qui peut être déterminé numériquement au cours d'un tir [16].

Le critère utilisé pour cette étude est basé sur l'évolution temporelle du libre parcours. De nombreuses études ont été réalisées sur le libre parcours [10,17] mais peu sur son comportement temporel [11]. Si une salle est ergodique, la moyenne temporelle des trajets d'un rayon est égale à la moyenne spatiale des trajets d'un ensemble de rayons [10]. Le mélange peut être ainsi caractérisé par la convergence de la moyenne d'ensemble des trajets vers une valeur indépendante du temps. Cette valeur est alors très proche du libre parcours moyen théorique [11].

Dans une étude précédente [11], seuls les rayons passant par un récepteur sont comptabilisés et trois salles ont été

testées. Dans cette étude, l'ensemble des rayons se propageant est pris en compte et les paramètres acoustiques et géométriques sont variés pour des salles parallélépipédiques. Le mélange est introduit en variant la diffusion des parois (ces géométries sont connues pour être non mélangeante [18]).

Cet article est organisé de la manière suivante. Dans un premier temps, les procédures de calcul de la distribution du libre parcours et de la constante de temps du système sont présentées au sein de la section 2. Ensuite, une étude paramétrique est réalisée en Section 3 aboutissant à une relation permettant la prévision du temps de mélange en fonction du libre parcours moyen. Celle-ci est comparée à des résultats expérimentaux en Section 4. Enfin, la section 5 conclut cet article.

2 Evaluation du temps de mélange

2.1 Diffusion large bande

La distribution du libre parcours est évaluée à l'aide du programme de tir de rayon large bande Salrev. En effet, ce programme n'utilise pas le coefficient de diffusion $s(f)$ (f étant la fréquence) pour calculer le parcours des rayons mais un coefficient unique pour toutes les fréquences (huit bandes) appelé coefficient de partage et noté β [19]. Un seul tir de rayons suffit pour obtenir les différents échogrammes même si $s(f)$ varie avec la fréquence.

Pour compenser l'erreur introduite par l'utilisation de β au lieu de $s(f)$, l'énergie portée par le rayon est modifiée par un coefficient multiplicateur $A(f)$ pour une réflexion spéculaire [19] :

$$A(f) = \frac{1-s(f)}{1-\beta}, \quad (5)$$

et pour une réflexion diffuse :

$$A(f) = \frac{s(f)}{\beta}. \quad (6)$$

Pour limiter la croissance de l'erreur statistique, le coefficient doit tenir compte de l'historique du rayon [19]. Ainsi, si la $n+1^{\text{ème}}$ réflexion est diffuse, on obtient :

$$A_{n+1}(f) = A_n(f) \frac{1-s(f)}{1-\beta_{n+1}}, \quad (7)$$

et si elle est spéculaire :

$$A_{n+1}(f) = A_n(f) \frac{s(f)}{\beta_{n+1}}. \quad (8)$$

La valeur optimale de β_{n+1} est celle qui limite sa valeur dans chacune des situations, soit :

$$\beta_{n+1} = \frac{\max_f \{A_n(f)s(f)\}}{\max_f \{A_n(f)s(f)\} + \max_f \{A_n(f)[1-s(f)]\}}. \quad (9)$$

Ainsi, une nouvelle valeur du coefficient de partage est calculée à chaque réflexion, tout en assurant que les rayons suivant les mêmes séquences de réflexion subissent la même amplification.

2.2 Libre parcours par bande fréquence

La trajectoire suivie par un rayon dépend du coefficient de diffusion des parois rencontrées. Or, Salrev n'évalue la trajectoire exacte d'un rayon que si les coefficients de

partage et de diffusion sont égaux. Le libre parcours n'est donc pas accessible directement.

Pour obtenir des distributions temporelles de libre parcours des rayons, considérons que chaque rayon peut être décomposé en un ensemble de particules sonores portant chacune un quanta d'énergie [10]. L'énergie portée par le rayon représente alors le nombre de particules suivant le même trajet (parcours entre deux collisions). Ainsi, plus un rayon est énergétique, plus la probabilité que son trajet soit emprunté est forte.

Définissons $b_i(k, f)$, la longueur pondérée du $k^{\text{ème}}$ trajet du rayon i à la fréquence f , tel que :

$$b_i(k, f) = l_i(k) E_i(k, f), \quad (10)$$

où $l_i(k)$ est la longueur du trajet considéré et $E_i(k, f)$ l'énergie portée par le rayon i à la fréquence f entre les réflexions k et $k+1$ (les trajets pris en compte comportent deux réflexions). Cette valeur est donc mise à jour à chaque réflexion.

La quantité qui va être évaluée est la moyenne d'ensemble des trajets effectués par les rayons effectuant leur seconde réflexion au même instant. Le temps est donc discrétisé en intervalles temporels Δt (ici d'une durée égale à ceux utilisés pour obtenir l'échogramme). Pour un rayon i effectuant sa $k+1^{\text{ème}}$ réflexion à l'instant t , le pas de temps p est déterminé par :

$$p = \text{int}(t_i / \Delta t), \quad (11)$$

où :

$$t_i = \frac{l_0 + \sum_{u=1}^{k+1} l_i(u)}{c}, \quad (12)$$

avec l_0 la distance parcourue jusqu'à la première réflexion. La contribution B d'un ensemble de m rayons effectuant une réflexion (d'ordre $k \geq 2$) au même pas de temps p s'écrit :

$$B(p, f) = \sum_{i=1}^m b_i(p, f). \quad (13)$$

Pour obtenir la moyenne d'ensemble des trajets parcourus par cet ensemble de m rayons, nous devons considérer l'énergie totale E portée par les rayons :

$$E(p, f) = \sum_{i=1}^m E_i(p, f). \quad (14)$$

Le libre parcours $L_p(f, p)$ défini comme la moyenne d'ensemble des trajets effectués par les rayons ayant une réflexion au pas de temps p s'écrit :

$$L_p(p, f) = \frac{B(p, f)}{E(p, f)}. \quad (15)$$

Une distribution temporelle par bande de fréquence de cette moyenne d'ensemble est donc obtenue à la fin d'un tir de rayon (figure 1). Cette distribution est indépendante du coefficient de partage β et ne dépend que de $s(f)$: une simulation effectuée avec $s(f)$ dépendant de la fréquence ($\beta \neq s$) et une avec s fixe pour toutes les fréquences ($\beta = s$) présente les mêmes distributions pour les bandes de fréquence où $s(f) = s$ [20]. Pour chaque tir de rayons, huit distributions du libre parcours sont obtenues.

2.3 Evaluation du temps de mélange

La figure 1 présente deux cas typiques de distribution temporelle du libre parcours. Pour $s=0,1$, la distribution du libre parcours présente des pics à intervalles réguliers (correspondant à l_p/c , temps de parcours de la plus grande distance au sein de la salle) et le libre parcours augmente au

cours du temps. En revanche, pour $s=1$, le libre parcours converge rapidement vers une valeur indépendante du temps. La fonction de densité de probabilité possède alors un maximum bien défini à une valeur de libre parcours notée L , très proche du libre parcours moyen théorique λ . Le mélange est donc identifié au travers de l'évolution temporelle du libre parcours ; si sa valeur a tendance à croître alors le mélange est considéré comme insuffisant.

Dans le cas contraire, le temps de mélange est recherché au travers l'évolution du rapport $|L_p - L|/L$ (figure 2). Les courbes obtenues ont alors la forme de sinusoïde amortie tendant vers 0 et sont approchées par une fonction de type :

$$f(t) = Ae^{-t/\tau}, \quad (16)$$

où A est une amplitude et τ la constante de temps du système (figure 2). Le temps de réponse d'un système [21] est classiquement évalué à 3τ , similairement à [11], correspondant à 95% du régime établi (5τ correspondant à 99%). Le temps de mélange est donc défini ici par :

$$T_m = 3\tau. \quad (17)$$

Dans la suite, nous nous intéresserons à la constante de temps.

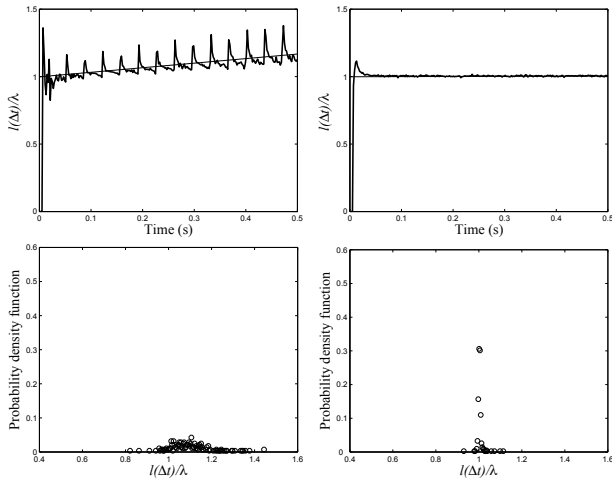


Figure 1 : Evolution temporelle du libre parcours (haut) et densité de probabilité (pas de 1 cm) (bas) pour une salle de $3 \times 12 \times 3 \text{ m}^3$, $s=0,1$ (gauche) et $s=1,0$ (droite).

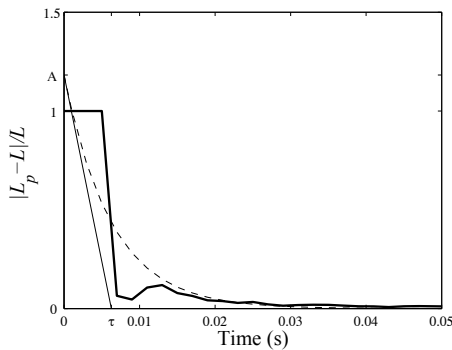


Figure 2 : Evolution temporelle du libre parcours adimensionnel (—), (---) relation (16), (—) tangente.

3 Résultats numériques

3.1 Paramètres

Trois types de géométries parallélépipédiques sont simulées (figure 3) : cubique ($l_x=l_y=l_z$ variables), longue ($l_x=l_z=3 \text{ m}$, l_y variable) et plate ($l_x=l_y$ variable, $l_z=3 \text{ m}$). Le

système considéré est dissipatif avec une absorption des parois $\alpha=0,1$ et la source ponctuelle et omnidirectionnelle est placée en (x_s, y_s, z_s) au centre de la géométrie considérée (si aucune précision n'est apportée). Les paramètres de simulation suivants ont été utilisés :

- entre $5 \cdot 10^5$ et $4 \cdot 10^6$ rayons sont émis ;
- le pas de temps Δt est fixé à 2 ms ;
- le calcul est effectué sur $500 \Delta t$ (soit 1 s) ;
- le critère d'extinction des rayons est fixé à -40 dB.

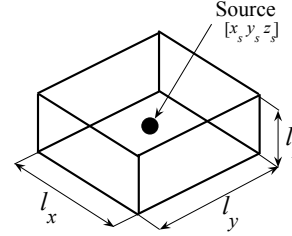


Figure 3 : Croquis de la géométrie étudiée.

3.2 Position de la source sonore

Pour étudier l'effet de la position de la source, une salle de $(3 \times 12 \times 3) \text{ m}^3$ avec $\alpha=0,1$ et $s=0,7$ est simulée pour une source placée en $x_s=1,5$, $z_s=1,5 \text{ m}$ et $y_s=[1,5;3;4,5;6] \text{ m}$. La constante de temps τ et L sont indépendants de la position de la source (figure 4). Le système étudié est donc non seulement ergodique mais aussi mélangeant [10]. Les résultats présentés dans la suite sont ainsi valables pour n'importe quelle position de source. Par ailleurs, on peut remarquer que la constante de temps possède une valeur très voisine de λ/c et L une valeur très proche du libre parcours moyen théorique obtenu avec la relation (4).

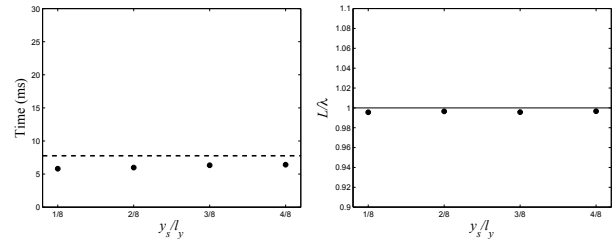


Figure 4 : Constante de temps en fonction de la position de la source (gauche) et libre parcours moyen (droite) pour une salle de $3 \times 12 \times 3 \text{ m}^3$ ($s=0,7$ et $\alpha=0,1$) : (•••) λ/c .

3.3 Diffusion des parois

La diffusion des parois est ici variée entre 0,05 et 1,0. Pour les trois types de géométries, l'effet de la diffusion des parois est le même. Une valeur minimale de la constante de temps est obtenue lorsque les réflexions sont majoritairement diffusantes ($s=0,7$ ou 1,0). Ensuite, sa valeur augmente avec la proportion de réflexions spéculaires. Cette augmentation atteint 50% pour $s=0,05$ et est indépendante de la géométrie et des dimensions de la salle (figure 5). Ce résultat confirme les résultats de [11] : plus les réflexions sont diffusantes, plus le mélange se produit rapidement. A partir des données de la figure 5, une loi empirique pour $s \leq 0,7$ peut être déduite :

$$\tau(s) / \tau_{\min} = -0.18 \ln(s) + 0.93 \quad (18)$$

avec $\tau_{\min}$ la valeur de la constante de temps lorsque les réflexions sont majoritairement diffusantes. Cette relation est obtenue avec une corrélation $r=-0,96$ et un résidu $\sigma^2=0,02$. Une corrélation acceptable est également obtenue pour les salles plates et longues (non présentées). En revanche,

l'accord est moindre pour une forme aux parois non parallèles (salle réverbérante de l'université de Liège, $V=200 \text{ m}^3$ et $S=220 \text{ m}^2$) lorsque $s<0,1$ (figure 6). Dans la suite, seuls les résultats pour $s=0,7$ seront présentés et une relation permettant de déterminer $\tau_{\min}$ sera recherchée : les résultats pour d'autres valeurs de diffusion pourront être évalués à l'aide de la relation (18).

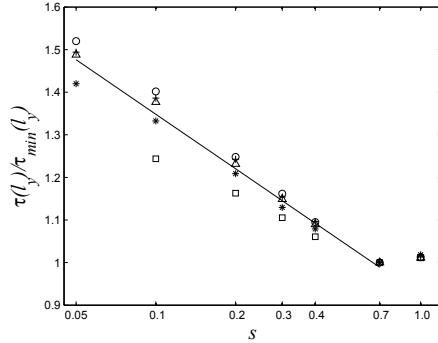


Figure 5 : Evolution de la constante de temps en fonction de la diffusion des parois pour un cube : ($\square$) $l_y=3 \text{ m}$, ($*$) $l_y=6 \text{ m}$, ($+$) $l_y=12 \text{ m}$, (Δ) $l_y=18 \text{ m}$, ($\circ$) $l_y=27 \text{ m}$, (—) relation (18).

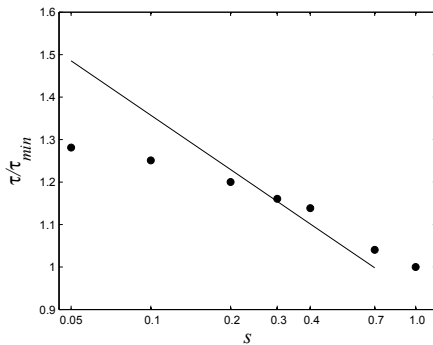


Figure 6 : Evolution de la constante de temps en fonction de la diffusion des parois pour la salle réverbérante de l'université de Liège : ($\bullet$) simulations, (—) relation (18).

3.4 Dimensions de la salle

Dans cette section, l'influence des dimensions de la géométrie est étudiée pour une diffusion $s=0,7$ et une absorption $\alpha=0,1$. L'évolution observée (figure 7) n'est pas proportionnelle à la racine carrée du volume, telle que suggérée par les relations (1) et (2). En revanche, les constantes de temps obtenus sont corrélées avec λ/c (figure 8). La relation suivante est donc obtenue :

$$\tau_{\min} = k \frac{\lambda}{c}, \quad (19)$$

avec $k=0,92$ ($r=0,92$, et $\sigma^2=0,001$).

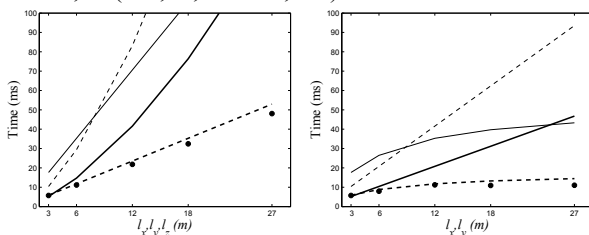


Figure 7 : Evolution de la constante de temps en fonction des dimensions de la salle $s=0,7$: cube (gauche), local plat (droite) : ($\bullet$) simulations, (—) relation (1), (---) relation (2), (- - -) relation (3) et ($\bullet\bullet\bullet$) λ/c .

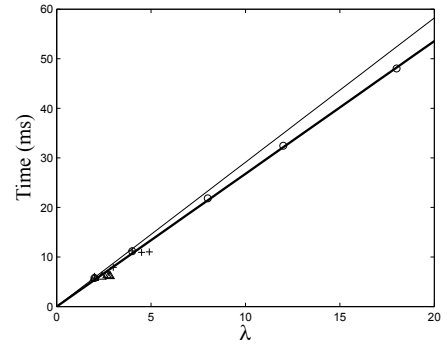


Figure 8 : Evolution de la constante de temps en fonction du libre parcours moyen théorique λ : cube ($\circ$), local plat ($+$) et local long (Δ) : (—) $k=1$, (—) $k=0,92$.

3.5 Absorption des parois

Pour étudier l'influence de l'absorption de la salle, deux configurations sont simulées avec la même géométrie ($3 \times 12 \times 3 \text{ m}^3$) avec $s=0,7$. Pour la première, l'absorption α est variée entre 0,1 et 0,4. Pour la seconde, l'absorption α_e des petites extrémités est variée entre 0,2 et 0,5, avec $\alpha=0,1$ pour les autres surfaces. La constante de temps est indépendante de l'absorption de la salle et un bon accord avec la relation (19) est obtenu (figure 9).

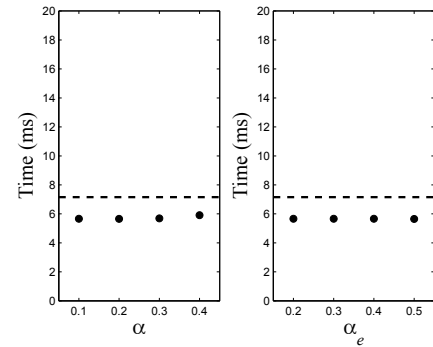


Figure 9 : Evolution de la constante de temps ($\bullet$) en fonction de l'absorption des parois pour une salle de $3 \times 12 \times 3 \text{ m}^3$ et $s=0,7$: (gauche) absorption homogène, (droite) absorption inhomogène et ($\bullet\bullet$) relation (19).

4 Comparaisons expérimentales

Dans cette partie, le temps de mélange est évalué avec $T_m=3\tau$ où τ la constante de temps de la salle est calculée avec la relation (19). Les temps de mélange obtenus sont comparés à des mesures de la littérature.

Des mesures du temps de mélange ont été réalisées [7] en diverses positions au sein de la salle Pléyel ($V=19000 \text{ m}^3$, $S=5800 \text{ m}^2$ et $\lambda=13,1 \text{ m}$). Un temps de mélange moyen de 85 ms (valeur médiane 92 ms) est mesuré contre 106 ms pour la relation (19). L'accord est acceptable et la valeur obtenue correspond aux distances source/récepteur supérieures à 20 m (figure 10).

Hidaka et coauteurs [8] ont mesuré les temps de mélange dans diverses salles. Les résultats de huit salles parallélépipédiques destinées à la musique de chambre ont été extraits. Les caractéristiques de ces salles [22] sont données à la Table 1. Il est à noter que les temps de mélange obtenus [8] (figure 11) sont beaucoup plus longs que ceux mesurés par Defrance et coauteurs [6,7] pour des salles de volumes plus réduits (entre 1070 et 4940 m^3). En

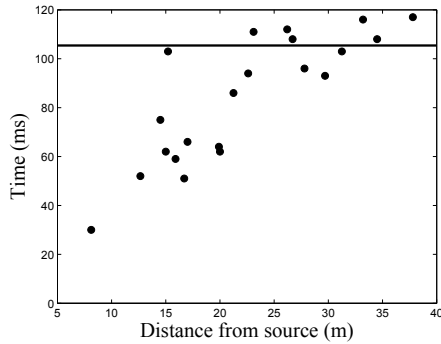


Figure 10 : Evolution de la constante de temps en fonction de la distance par rapport à la source au sein de la salle Pléyel : (●) données expérimentales [7], (—) relation (19).

particulier, les temps de mélange de la Kleinersaal (Berlin) et du Martin Hall (Prague) sont très grands. Le Martin Hall est composé de grandes surfaces planes et comporte peu de surfaces diffusantes. Cette faible diffusion est peut être responsable de la valeur du temps de mélange. En revanche, aucune explication ne peut être avancée a priori pour la Kleinersaal.

Nom	H (m)	W (m)	L (m)	V (m³)	S (m²)	λ (m)
Wiennersaal in Mozarteum (salzburg)	6,4	9,8	17,4	1070	770	5,5
Kleinersaal in Konzerthaus (Berlin)	8	12,5	21	2150	1350	6,3
Martin Hall (Prague)	8,7	12	25,1	2410	1240	7,8
Schubertsaal in Konzerthaus (Vienne)	10,4	11,4	24	2800	1380	8,1
Kleinersaal in Tonhall (Zurich)	10	12	28,2	3234	1680	7,7
Brahmssaal (Vienne)	10,5	10,3	32,8	3390	1910	7,1
Mozartsaal in Konzerthaus (Vienne)	10	16,2	25,5	3920	2040	7,7
Grossersaal in Mozrteum (Salzburg)	12	14,8	29,2	4940	2200	8,9

Table 1 : Caractéristiques géométriques des salles [22].

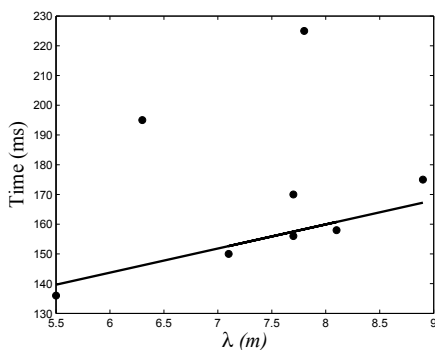


Figure 11 : Evolution du temps de mélange en fonction du libre parcours moyen des salles : (●) résultats expérimentaux [8], (—) relation (20).

Si ces deux salles sont exclues, les relations (17) et (19) sont en bon accord avec les temps mélange mesurés à une constante C près, soit :

$$T_m = 3\tau + C. \quad (20)$$

Pour $C = 95$ ms, la corrélation avec les mesures est forte, atteignant $r = 0,91$ avec un résidu $\sigma^2 = 0,004$ (figure 11).

5 Conclusion

Lorsqu'une source émet des ondes sonores dans une salle, la réverbération se déroule en deux étapes : en premier lieu, un processus déterministe où chaque contribution peut être identifiée, suivi d'un processus stochastique pour lequel les contributions sont globalisées et vues comme un processus quasi-aléatoire, résultat du mélange se produisant dans la salle. Le seuil de transition entre les deux comportements est nommé le temps de mélange.

Ce comportement peut être modélisé par la propagation de particules sonores, véhiculant uniquement une information énergétique. Dans cette étude le logiciel de tir de rayons Salrev est utilisé et le mélange est observé à travers la distribution temporelle du libre parcours. Si la salle est mélangeante, la distribution tend vers une valeur asymptotique et la constante de temps du système peut alors être évaluée. Le temps de mélange est assimilé au temps de réponse du système, soit trois fois cette constante de temps.

Dans un premier temps, des simulations numériques ont permis d'étudier les influences de divers paramètres géométriques et acoustiques sur la constante de temps. Il en ressort que celle-ci est uniquement dépendante du libre parcours moyen de la salle et la diffusion des parois. Aucun lien avec le volume de la salle n'a ainsi pu être établi, contrairement à des résultats antécédents.

Des comparaisons avec des résultats expérimentaux ont ensuite été réalisées. L'accord avec les mesures effectuées dans la salle Pléyel [7] est bon pour des distances source/récepteur supérieures à 20 m. En revanche, l'accord avec les mesures de Hidaka et coauteurs [8] est moins bon. Néanmoins, si une valeur constante est ajoutée au temps de mélange prédit, un bon accord peut être obtenu.

Ces résultats mettent en avant le rôle clé du libre parcours sur la dynamique du système salle/source. Ainsi, il permet à la fois de caractériser la vitesse de décroissance énergétique après mélange mais aussi de déterminer l'instant où le mélange est effectif. Ces résultats permettent de justifier physiquement le passage d'une modélisation déterministe vers une modélisation stochastique.

Remerciements

Les auteurs remercient le FNRS (Fonds de la Recherche Scientifique) pour son soutien financier (convention 2.4.534.09.F).

Références

- [1] Kuttruff H. "Room acoustics", 4th ed., Taylor & Francis, London, (2000).
- [2] Vorländer M. "Auralization", Springer, Berlin (2007).
- [3] Lokki T. "Physically-based auralization – design, implementation and evaluation", Thèse, University of Helsinki (2002).
- [4] Borß C. "A novel approach for optimally matching a late reverberation model to an image source model: what does a football have to do with shoebox shaped rooms?", EAA Symposium on Auralization, Espoo, Finland, (2009).

- [5] Polack J.-D. "La transmission de l'énergie sonore dans les salles", Thèse, Université du Maine (1988).
- [6] Defrance G., Polack J.-D. "Measuring mixing time in auditoria", *Acoustics'08*, J. Acoust. Soc. Am. 123(5), 3499-3499 (2008).
- [7] Defrance G., Daudet L., Polack J.-D. "Using matching pursuit for estimating mixing time within room impulse responses", *Acta Acustica united with Acustica* 95(6), 1071-1081 (2009).
- [8] Hidaka T., Yamada Y., Nakagawa T. "A new definition of boundary point between early reflections and late reverberation in room impulse responses", *J. Acoust. Soc. Am.* 122(1), 326-332 (2004).
- [9] Blesser B. "An interdisciplinary synthesis of reverberation viewpoints", *J. Audio Eng. Soc.* 49(10), 867-903 (2001).
- [10] Joyce W.B. "Sabine's reverberation time and ergodic auditorium", *J. Acoust. Soc. Am.* 58(3), 643-655 (1975).
- [11] Mijic M., Sumarac-Pavlovic D. "Variation of free path length over time and its effect on the room impulse response", *Acoustics'08*, J. Acoust. Soc. Am. 123(5), 3769-3769 (2008).
- [12] Polack J.-D. "Modifying chambers to play billiards : the foundation of reverberation theory", *Acta Acustica* 76(2), 257-272 (1992).
- [13] Legrand O., Sornette D. "Test of Sabine's reverberation time in ergodic auditoriums within geometrical acoustics", *J. Acoust. Soc. Am.* 88(2), 865-870 (1990).
- [14] Mortessagne F., Legrand O., Sornette D. "Role of the absorption distribution and generalisation of exponential reverberation law in chaotic rooms", *J. Acoust. Soc. Am.* 94(1), 154-161 (1994).
- [15] Castiglione P., Falcioni M., Lesne A., Vulpiani A. "Physique statistique : Chaos et approches multiéchelles", Belin, Paris (2008).
- [16] Benettin G., Strelcyn J.-M. "Numerical experiments on the free motion of a point mass moving in a plane convex region: Stochastic transition and entropy ", *Physical review A* 17(2), 1773-785 (1978).
- [17] Sumarac-Pavlovic D., Mijic M. "An insight into the influence of geometrical features of rooms on their acoustic response based on free path length distribution", *Acta Acustica united with Acustica* 93(6), 1012-1026 (2007).
- [18] Berger M. "La mécanique du billard", *Pour la science* 163, 76-85 (1991).
- [19] Embrechts J.-J. "Broad spectrum diffusion model for room acoustics ray-tracing algorithms", *J. Acoust. Soc. Am.* 107(4), 2068-2081 (2000).
- [20] Dirix S., "Détection de l'écho flottant à partir de l'analyse du libre parcours d'une salle", *Travail de Fin d'Etudes*, Université de Liège (2009).
- [21] Brenders P., Buffard G., Douchet L., Sauzeik M., Tisserand S. "Electronique PSI", Ed. Bréal, Paris (2004).
- [22] Hidaka T., Nishihara N. "Objective evaluation of chamber-music in Europe and Japan", *J. Acoust. Soc. Am.* 116(1), 357-372 (2004).