

10ème Congrès Français d'Acoustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

Détection de sources aéroacoustiques par une méthode couplant le retournement temporel et la différentiation complexe

Régis Marchiano¹, Philippe Druault¹, Pierre Sagaut¹

¹ Institut Jean le Rond d'Alembert, Université Pierre et Marie Curie, 4place Jussieu 75005 Paris, regis.marchiano@upmc.fr

L'identification des sources aéroacoustiques au sein des écoulements turbulents est un défi scientifique important. Il est en effet primordial de connaître précisément la position des sources et leur nature en vue d'agir sur le bruit directement à la source. Dans cette optique, une nouvelle méthode de détection basée sur la simulation numérique vient d'être développée. Elle repose sur le couplage entre le retournement temporel des équations d'Euler et la différentiation complexe. Dans un premier temps, le problème direct est calculé par un code de calcul aéroacoustique. Les informations ne sont stockées que sur les frontières du domaine de calcul. Dans un deuxième temps, la technique du retournement temporel est utilisée pour résoudre le problème inverse associé à partir de données stockées dans la première étape. Simultanément, la différentiation complexe permet de calculer la sensibilité aux événements acoustiques enregistrés sur les frontières du domaine de calcul et de localiser les sources aéroacoustiques à l'intérieur du domaine de calcul. La méthodologie sera exposée et illustrée sur différents cas de référence : bruit généré par l'injection de masse volumique dans un écoulement, et bruit généré par les instabilités d'une couche de mélange plane.

1 Introduction

Les études concernant la simulation numérique en aéroacoustique se sont considérablement développées durant les deux dernières décennies. Il existe maintenant de nombreuses méthodes pour calculer le bruit généré par un écoulement turbulent (RANS, LES, DNS, ...). Cependant, la définition et la localisation des sources aéroacoustiques restent des problèmes ouverts. Le concept même de source aéroacoustique est un concept flou et aucune définition universellement acceptée n'existe. Quant au problème de la localisation des sources, celui-ci reste très délicat dans les écoulements générant eux-mêmes les ondes acoustiques. Différentes méthodes ont été proposées pour la localisation. La plupart d'entre elles reposent sur l'analogie de Lighthill [2] ou sur une version améliorée de cette analogie. Ces approches consistent à introduire une connaissance a priori sur la forme des sources aéroacoustiques car dans le cadre de la théorie de Lighthill, les sources sont supposées quadripolaires. Une autre voie de recherche consiste à rechercher les zones présentant les corrélations les plus importantes avec les signaux acoustiques reçus en champ lointain [3], définissant ainsi les sources acoustiques de façon statistique. Une troisième approche consiste à résoudre le problème inverse directement. Il existe là encore différentes méthodes comme la méthode de l'adjoint. Nous proposons ici d'utiliser une méthode couplant le retournement temporel et la différentiation complexe pour localiser les sources aéroacoustiques. Cette méthode est basée sur la résolution du problème inverse via la résolution des équations d'Euler. Elle nécessite de faire un premier calcul du phénomène dans le sens direct puis à partir de ce calcul le problème inverse est résolu. En parallèle de la

résolution du problème inverse, une étude de sensibilité est menée par rapport aux variables acoustiques. On peut ainsi distinguer au sein de l'écoulement les zones les plus sensibles aux signaux acoustiques. Dans une première partie, nous rappelons la méthodologie. Puis, la méthodologie est illustrée sur différents exemples : (i) localisation d'un quadripole dans un écoulement cisailé, (ii) localisation des sources de bruit au sein d'une couche de mélange plane.

2 Méthodologie

La méthodologie peut être décomposée en deux étapes principales : (i) calcul numérique du problème direct, (ii) calcul du problème inverse avec analyse de sensibilité. Ainsi, deux simulations numériques sont nécessaires.

La première étape consiste à simuler numériquement le problème aéroacoustique. Pour cela, nous avons utilisé la méthode des pseudo-caractéristiques proposée par Sesterhenn [4]. Cette méthode est basée sur la ré-écriture des équations d'Euler sous la forme de pseudo-caractéristiques. Cette reformulation permet de connaître en chaque point le sens de propagation de l'information et ainsi d'utiliser les schémas numériques les plus adaptés. Durant cette étape, les variables de l'écoulement sont sauvegardées uniquement sur les bords du domaine numérique, ce qui ne constitue pas une quantité d'informations trop importante.

La seconde étape consiste à résoudre le problème inverse, *i.e.* revenir aux sources aéroacoustiques connaissant les variables de l'écoulement sur les bords du domaine ainsi que les variables de l'écoulement sur l'ensemble du domaine de simulation à la dernière itération

du problème direct. Pour cela, nous avons utilisé la technique du retournement temporel, bien connue en acoustique, que nous avons adaptée pour prendre en compte les spécificités de l'aéroacoustique : les équations d'Euler ne sont en effet pas symétriques en temps. Afin de distinguer les ondes acoustiques de la partie aérodynamique des variables de l'écoulement, nous menons en parallèle du retournement temporel une analyse de sensibilité. Cette analyse de sensibilité est faite par la méthode de la différentiation complexe [?]. Nous rappelons ici brièvement les bases de la méthode numérique employée, ainsi que le retournement temporel et la différentiation complexe. Une description plus complète peut être consultée [?].

2.1 Méthode numérique

Le code de simulation numérique utilisé est basé sur la formulation en pseudo-caractéristiques proposée par Sesterhenn [4]. Cette formulation consiste à écrire les équations d'Euler sous la forme :

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\rho c}{2} ((X^+ + X^-) + (Y^+ + Y^-)), \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\left(\frac{1}{2}(X^+ - X^-) + Y^u\right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\left(X^v + \frac{1}{2}(Y^+ - Y^-)\right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} = 0, \quad (4)$$

Ces formules font apparaître les pseudo-flux définis comme suit :

$$X^\pm = (u \pm c) \left(\frac{1}{\rho c} \frac{\partial p}{\partial x} \pm \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (5)$$

$$Y^\pm = (v \pm c) \left(\frac{1}{\rho c} \frac{\partial p}{\partial y} \pm \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (6)$$

$$X^v = u \frac{\partial v}{\partial x}, \quad Y^u = v \frac{\partial u}{\partial y} \quad (7)$$

où c est la vitesse du son.

Les équations 1-4 sont intégrées en temps grâce à un algorithme de Runge-Kutta d'ordre 3. Les dérivées spatiales apparaissant dans les termes de pseudo-flux sont évaluées par des schémas numériques décentrés d'ordre élevé de type DRP (Dispersion Relation Preserving) [6]. Cette formulation est aussi bien adaptée à l'implémentation des conditions aux limites puisqu'elle permet d'écrire naturellement des conditions de type 'sortie' ou 'entrée' [1].

2.2 Retournement temporel en aéroacoustique

Les équations d'Euler sont invariantes par le changement de variables suivant :

$$\begin{cases} t & \rightarrow -t, \\ \rho(\mathbf{x}, t) & \rightarrow \rho(\mathbf{x}, -t), \\ \mathbf{v}(\mathbf{x}, t) & \rightarrow -\mathbf{v}(\mathbf{x}, -t), \\ p(\mathbf{x}, t) & \rightarrow p(\mathbf{x}, -t), \\ s(\mathbf{x}, t) & \rightarrow s(\mathbf{x}, -t). \end{cases} \quad (8)$$

La première ligne est le retournement temporel classique en acoustique [7]. Cependant, ce changement à lui seul ne suffit pas et il faut également changer le signe des champs de vitesse présents dans l'écoulement afin d'assurer l'invariance des équations.

D'un point de vue numérique, cette opération est simple car elle ne consiste qu'à inverser l'ordre dans des vecteurs et à prescrire les données comme des données en entrée du domaine de calcul pour la seconde phase de simulation.

2.3 Différentiation complexe

La différentiation complexe [8] est basée sur le développement de Taylor d'une fonction f réelle sur l'axe des réels :

$$f(x + i\epsilon) = f(x) + i\epsilon f'(x) - \epsilon^2 \frac{f''(x)}{2} + O(\epsilon^3), \quad (9)$$

où $i^2 = -1$ est le nombre imaginaire pur et ϵ est un nombre réel très petit $\epsilon \ll 1$.

Cette expression montre que la dérivée de la fonction peut être obtenue à partir de la partie imaginaire de la fonction complexe :

$$f'(x) = \frac{\text{Im}[f(x + i\epsilon)]}{\epsilon} + O(\epsilon^2). \quad (10)$$

Cette formule n'est qu'une approximation à l'ordre ϵ^2 de la dérivée, mais ϵ peut être choisi aussi petit que l'on veut sans restriction due au maillage numérique par exemple.

D'un point de vue numérique, cette technique s'implémente très facilement en remplaçant les variables réelles par des variables complexes. Ainsi, en ajoutant une petite partie imaginaire aux fluctuations acoustiques mesurées et retournées sur les frontières du domaine numérique, il est possible d'analyser la sensibilité aux ondes acoustiques en ne s'intéressant qu'à la partie imaginaire du champ de pression [9, 1].

3 Résultats

Afin d'illustrer la méthodologie exposée dans le paragraphe précédent, elle est appliquée à deux configurations différentes. La première est une injection de masse volumique sous la forme d'un quadripole dans un écoulement cisailé. La seconde est la génération de bruit par une couche de mélange cisailée.

3.1 Bruit généré par une injection de masse volumique

L'injection de masse agit comme une source acoustique [10]. Dans cette partie, nous illustrons les possibilités de la méthode sur la localisation d'un quadripole résultant de l'injection de masse au sein d'un écoulement

cisaillé. L'injection de masse est réalisée à $t = 0$ en imposant la masse volumique suivante :

$$\rho(x, y, t = 0) = \rho_0 + a \exp\left(\frac{x^2 + (y - y_1)^2}{\sigma^2}\right) \quad (11)$$

$$+ a \exp\left(\frac{x^2 + (y - y_2)^2}{\sigma^2}\right) \quad (12)$$

$$+ a \exp\left(\frac{x^2 + (y - y_3)^2}{\sigma^2}\right) \quad (13)$$

$$+ a \exp\left(\frac{x^2 + (y - y_4)^2}{\sigma^2}\right) \quad (14)$$

où $a = 0.001$, $\sigma = 2$ et $(y_1 = -9, y_2 = -3, y_3 = 3, y_4 = 9)$. Le quadripole obtenu est donc un quadripole longitudinal (Fig 1). Ce quadripole est placé dans un écoulement cisaillé :

$$u(x, y, t) = u_0 + \alpha y, \quad (15)$$

$$v(x, y, t) = 0. \quad (16)$$

avec $u_0 = 100$ et $\alpha = 10$.

Le domaine de calcul est $(-20, 20; -20, 20)$. Le maillage est uniforme, il comporte (200×200) points. La figure 1 présente le champ de pression extrait à différents instants : $t = 1\Delta t$ (a), $t = 152\Delta t$ (b), $t = 352\Delta t$ (c). Dans le sens direct, la simulation est réalisée jusqu'à $T = 1000\Delta t$. Le quadripole est bien identifiable sur la première figure. Subissant les effets de propagation conjugués à l'écoulement, la figure initiale change rapidement.

Les résultats issus de la simulation associant le retournement temporel et la différentiation complexe sont présentés à la figure 2(d), (e) and (f). Ces résultats ont été extraits à $t = 648\Delta t$, $t = 848\Delta t$, $t = 1000\Delta t$. Ces temps correspondent aux temps de la simulation directe pour lesquelles les figures 1(a), (b) et (c) ont été extraites. Les figures 2 (d), (e) et (f) montrent clairement que la pression rétrofocalise vers la quadripole originale. A chaque temps extrait les figures sont quasiment identiques entre le sens direct et le sens retourné.

Dans cet exemple, seul le retournement temporel est utilisé. La différentiation complexe n'a ici aucun intérêt car il est facile de séparer les contributions acoustiques des contributions aérodynamiques. Les figures 1 et 2 prouvent que le retournement temporel seul est suffisant pour retrouver la localisation des sources. Dans la configuration suivante, la couche de mélange plane, c'est l'écoulement lui-même qui génère les perturbations acoustiques. Le retournement temporel ne permet plus à lui seul de suivre les ondes acoustiques jusqu'à leur source et il est complété par une analyse de sensibilité.

3.2 Bruit généré au sein d'une couche de mélange plane

Le deuxième exemple illustre la localisation de sources aéroacoustiques au sein d'une couche de mélange plane. Pour cela, nous avons utilisé le cas classique de Colonijs *et al.* [12]. L'écoulement est composé de deux parties distinctes de vitesses uniformes avec des nombres de Mach respectivement égaux à 0.5 et 0.25.

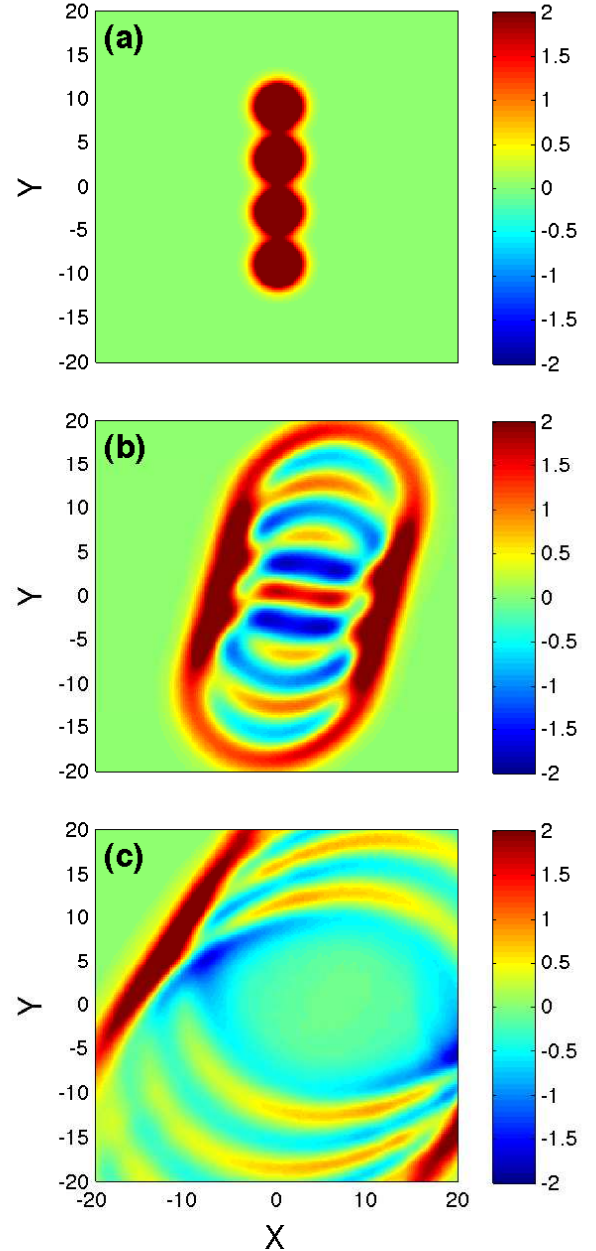


FIGURE 1 – Champs de pression issus de la simulation directe à : $t = 1\Delta t$ (a), $t = 152\Delta t$ (b), $t = 352\Delta t$ (c).

Ces deux régions sont raccordées par un profil en tangente hyperbolique. Pour forcer les instabilités au sein de cet écoulement, la couche de mélange est excitée par un signal ayant des composantes à la fréquence fondamentale d'instabilité ainsi qu'au premier, deuxième et troisième harmoniques. Ce forçage permet d'obtenir un écoulement quasi-stationnaire dans lequel les zones d'appariement des vortex sont bien localisées.

Le domaine numérique est un maillage rectangulaire de 1401×1401 points. La partie physique du maillage est $(L_X, L_Y) = (350\delta_{\omega_0}, 350\delta_{\omega_0})$, où δ_{ω_0} est l'épaisseur initiale de vorticité. L'étendue transverse du domaine est $-175\delta_{\omega_0}$ à $175\delta_{\omega_0}$. Une zone éponge est ajoutée à la fin du domaine de calcul pour réduire les ondes parasites. Cette zone s'étend de $X = 350\delta_{\omega_0}$ à $X = 2500\delta_{\omega_0}$, elle comporte 200 points de maillage.

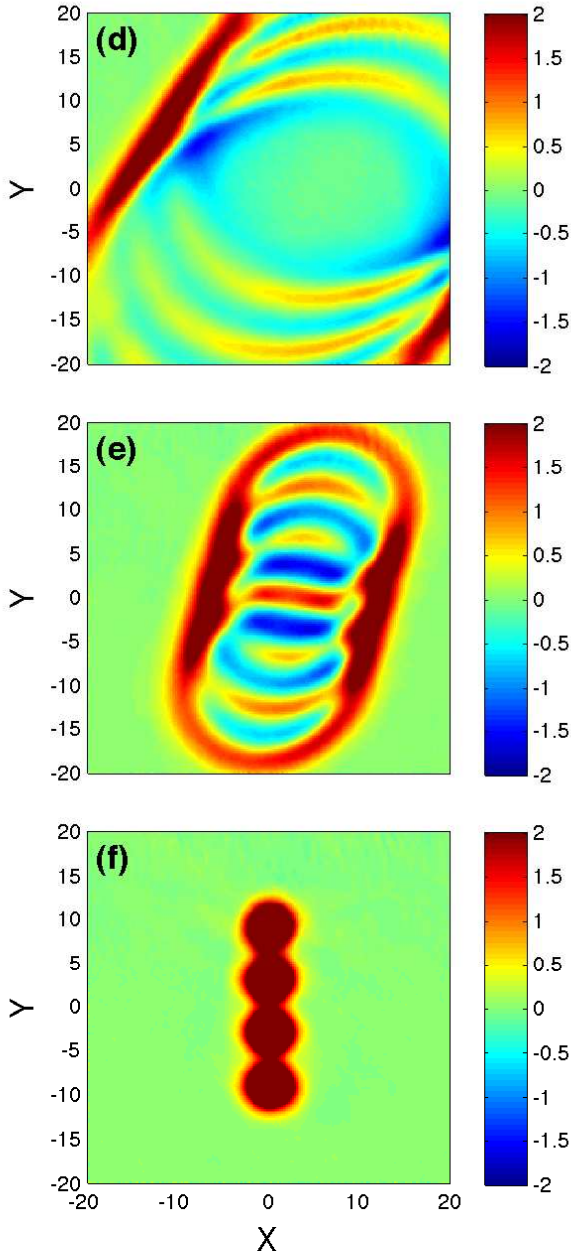


FIGURE 2 – Champs de pression issus de la simulation avec retournement temporel et différentiation complexe à $t = 648\Delta t$ (d), $t = 848\Delta t$ (e), $t = 1000\Delta t$ (f)

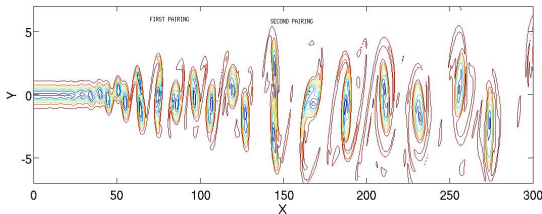


FIGURE 3 – Champ de vorticité instantané au voisinage de la couche de mélange

La méthodologie exposée dans les paragraphes précédents est utilisée. Le retournement temporel est utilisé pour générer les conditions d'entrée sur les frontières haut, bas et droite du domaine de calcul.

Contrairement au cas précédent, la localisation des sources aéroacoustiques ne peut se déduire directement du champ de pression à cause du couplage fort entre les champs aérodynamiques et acoustiques. Pour contourner ce problème, la différentiation complexe est utilisée pour calculer la sensibilité aux fluctuations acoustiques mesurées et retournées sur les frontières du domaine de calcul. Pour cela, on analyse le spectre des fluctuations acoustiques calculées sur les frontières du domaine puis on associe une partie imaginaire aux fluctuations que l'on veut suivre.

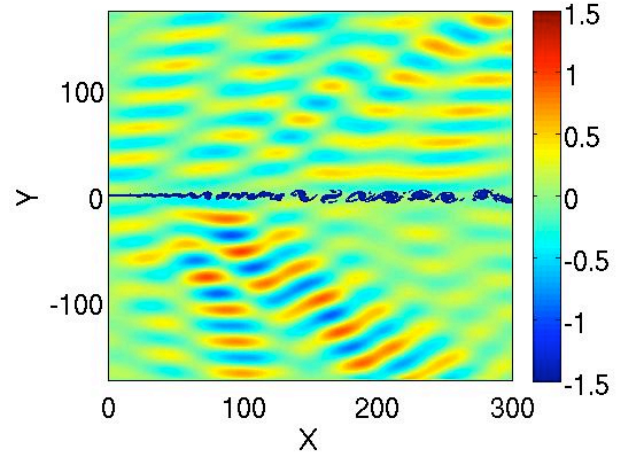


FIGURE 4 – Partie imaginaire du champ de pression instantané associé à la fréquence $f_0/2$ superposée avec la partie réelle du champ de vorticité

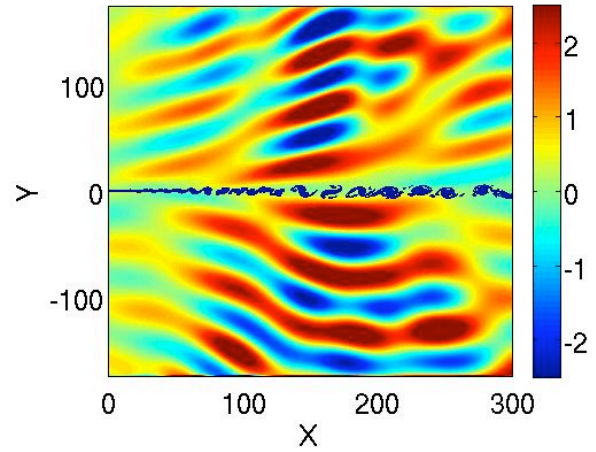


FIGURE 5 – Partie imaginaire du champ de pression instantané associé à la fréquence $f_0/4$ superposée avec la partie réelle du champ de vorticité

Deux simulations sont réalisées pour extraire les régions ayant le maximum de sensibilité par rapport aux variables acoustiques. La première est réalisée à la fréquence $f_0/2$ et la deuxième pour la fréquence $f_0/4$. Les zones de sensibilité maximale correspondent aux zones où la partie imaginaire est également maximale. Les figures 4 and 5 présentent la partie imaginaire des champs de pression associés à ces deux fréquences. La partie réelle du champ de vorticité est également superposée sur ces deux figures. Sur chacune de ces figures les ondes focalisent respectivement vers la première zone

d'appariement pour $f_0/2$ et vers la deuxième zone pour $f_0/4$. D'après la méthode de différentiation complexe, la partie imaginaire est directement associée à la sensibilité. Ainsi les zones où la sensibilité est maximale dans le sens retourné correspondent aux zones sources dans le sens direct. Dans le cas de la couche de mélange, on retrouve le résultat classique que les zones associées à la génération du bruit sont les zones d'appariement des vortex.

Références

- [1] Deneuve, A., Druault, P., Marchiano, R., and Sagaut, P., "A coupled time reversal/complex differentiation method for aeroacoustic sensitivity analysis : towards a source detection procedure," *J. Fluid Mech.*, Vol. 642, 2010, pp. 181-212
- [2] Lighthill, M. J. "On sound generated aerodynamically : I General theory," *Proc. R. Soc. Lond.*, Vol. 211, 1952, pp. 564-587
- [3] Bogey, C. and Bailly, C., "An analysis of the correlations between the turbulent flow and the sound pressure fields of subsonic jets," *J. Fluid Mech.*, Vol. 583, 2007, pp. 71-91.
- [4] Sesterhenn, J., "A characteristic-type formulation of the Navier Stokes equations for high order upwind schemes," *Comp. and Fluids*, Vol. 30, 2001, pp. 37-67.
- [5] Shu, C. and Osher, S., "Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock capturing schemes," *J. Comp. Physics*, Vol. 83, 1989, pp. 32-78.
- [6] Lu, S. and Sagaut, P., "Pseudo-characteristic formulation and dynamic boundary conditions for computational aeroacoustics," *Int. J. Num. Meth. Fluids*, Vol. 53, 2007, pp. 201-227.
- [7] Fink, M., Cassereau, D., Derode, A., Prada, C., Roux, P., Tanter, M., Thomas, J.-L., and Wu, F., "Time-reversed acoustics," *Progress Report in Physics*, Vol. 63, 2000, pp. 1933-1995.
- [8] Lyness, J. and Moler, C., "Numerical differentiation of analytic functions," *SIAM J. Num. Anal.*, Vol. 4, 1967, pp. 202-210.
- [9] Lu, S. and Sagaut, P., "Direct sensitivity analysis for smooth unsteady compressible flows using complex differentiation," *Int. J. Num. Meth. Fluids*, Vol. 53, 2007, pp. 1863-1886.
- [10] Kovasznay, L., "Turbulence in supersonic flow," *J. Aero. Society*, Vol. 20, No. 10, 1953, pp. 657-682.
- [11] Sagaut, P. and Cambon, C., *Homogeneous turbulence dynamics*, Cambridge University Press, 2008.
- [12] Colonius, T., Lele, S., and Moin, P., "Sound generation in a mixing layer," *J. Fluid Mech.*, Vol. 330, 1997, pp. 375-409.