

10ème Congrès Français d'Acoustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

Calculs de champs acoustiques à l'harmonique 2 par décomposition en faisceaux gaussiens

François Vander Meulen¹, Lionel Haumesser¹, Jérôme Fortineau¹, Olivier Bou Matar²

¹Université François Rabelais de Tours, ENIVL, Rue de la chocolaterie, 41000 Blois, France

²Joint European Laboratory LEMAC / IEMN UMR CNRS 8520, Ecole Centrale de Lille, 59651 Villeneuve d'Ascq, France

Dans le cadre de l'approximation quasi-linéaire, une solution de l'équation KZK peut être obtenue par la méthode des approximations successives par la convolution de la fonction source et d'une fonction de Green de forme gaussienne. Wen et Breazeale ont montré que la vitesse particulière de la surface d'un transducteur axisymétrique pouvait être approchée par une somme de faisceaux gaussiens. Cette décomposition (terme source) permet donc d'écrire simplement les champs rayonnés par un transducteur, au fondamental, mais également à l'harmonique 2.

Dans ce travail, les expressions des champs au fondamental et à l'harmonique sont présentées pour différentes géométries de l'émetteur (transducteurs plan, focalisé, annulaire). Dans les configurations expérimentales usuelles, le récepteur n'est pas, en général, de taille négligeable devant la longueur d'onde. C'est pourquoi le modèle présenté ici prend en compte le moyennage pondéré de la pression sur la surface d'un récepteur plan, focalisé ou annulaire. Les champs théoriques obtenus sont validés par des mesures ou des résultats de la littérature.

Des exemples d'applications expérimentales de ce modèle sont ensuite présentés, dans des configurations variées : mesure de la dispersion en fréquence du paramètre non linéaire par insertion-substitution en transmission, mesure de la contribution à la non linéarité globale d'un solide immergé dans un fluide ; mesure calibrée de B/A en émission-réception et étude de l'influence du réflecteur sur l'amplitude de l'harmonique 2.

1 Introduction

Le taux de distorsion d'une onde acoustique se propageant dans un matériau est proportionnel au rapport B/A (ou β), à son amplitude et à sa fréquence. On peut donc estimer le rapport B/A en mesurant les déformations subies par une onde sinusoïdale d'amplitude finie à une certaine distance d'un émetteur. Les données expérimentales du taux de distorsion sont comparées à un modèle théorique, fournissant ainsi le paramètre non linéaire.

Le modèle de décomposition en somme de gaussiennes est rappelé ici, avec ces principales hypothèses. Quelques applications expérimentales sont ensuite présentées. Elles montrent comment utiliser ce modèle pour mesurer les effets non linéaires dans des fluides ou des solides par des méthodes d'insertion-substitution, ou des méthodes calibrées. Une application visant à évaluer la non linéarité intrinsèque d'un transducteur ultrasonore est également présentée.

2 Équation KZK

L'équation KZK (1) a été dérivée initialement par Zabolotskaya et Khokhlov dans le cas non dissipatif, elle a été ensuite généralisée par Kuznetsov [1] au cas dissipatif. C'est l'équation la plus simple permettant de décrire les influences respectives des effets de diffraction, de dissipation et de non linéarité sur la propagation d'une onde ultrasonore, et a été pour cette raison utilisée dans de très nombreuses études appliquées.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial z \partial \tau} = \frac{c_0}{2} \nabla_{\perp}^2 p + \frac{\delta_{son}}{2c_0^3} \frac{\partial^3 p}{\partial \tau^3} + \frac{\beta}{2\rho_0 c_0^3} \frac{\partial^2 p^2}{\partial \tau^2} \quad (1)$$

Dans le cas de l'approximation quasi-linéaire, la résolution de l'équation KZK peut être menée par la méthode des approximations successives et peut être ainsi décomposée sous la forme :

$$p = p_1 + p_2 \quad (2)$$

où p_1 est la solution de l'équation KZK linéarisée, et p_2 un terme correctif d'ordre 2. Physiquement, l'approximation parabolique se traduit par les deux hypothèses suivantes. Le profil de l'onde reste inchangé sur des distances égales à la longueur d'onde et l'onde demeure plane jusqu'à la distance de Rayleigh (transducteurs possédant une bonne directivité). La quasi-linéarité signifie que seul l'harmonique d'ordre deux est considéré et que sa présence ne modifie pas le fondamental.

Dans le cas d'une excitation harmonique, en introduisant cette équation dans l'équation (1), il vient le système d'équations suivant :

$$\frac{\partial p_1}{\partial z} + \frac{j}{2k_1} \nabla_{\perp}^2 p_1 + \alpha_1 p_1 = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial p_2}{\partial z} + \frac{j}{2k_2} \nabla_{\perp}^2 p_2 + \alpha_2 p_2 = j \frac{\beta k_1}{\rho_0 c_0^2} p_1^2 \quad (4)$$

où α est le coefficient d'atténuation (l'indice 1 indique que la quantité est évaluée à la fréquence fondamentale, et l'indice 2, à l'harmonique 2), et k est le nombre d'onde. Dans le cas d'absence d'harmonique 2 à la source, les solutions de ces équations s'écrivent :

$$p_1(r, z) = 2\pi \int_0^{\infty} p_1(r', 0) G_1(r, z | r', 0) r' dr' \quad (5)$$

$$p_2(r, z) = j \frac{2\pi k \beta}{\rho_0 c_0^2} \int_0^z \int_0^\infty p_1(r', z') G_2(r, z | r', z') r' dr' dz' \quad (6)$$

où G_n est la fonction de Green à l'ordre n associée aux équations (5) et (6), donnée par :

$$G_n(r, z | r', z') = \frac{jk_n}{2\pi(z - z')} J_0\left(\frac{k_n r r'}{z - z'}\right) e^{-a_n(z - z') - \frac{jk_n(r^2 + r'^2)}{2(z - z')}} \quad (7)$$

3 Décomposition en somme de gaussiennes

3.1 fondamental

Wen et Breazeale [2] ont montré que l'on pouvait décrire le champ rayonné par un transducteur axisymétrique en une somme de faisceaux gaussiens. Ceux-ci sont choisis de telle sorte qu'ils approchent au mieux la distribution radiale de vitesse à la surface du transducteur. En effectuant une telle décomposition, on pourra conserver les avantages des faisceaux gaussiens pour le calcul de la génération d'harmonique 2. Dans le cadre de l'approximation parabolique on peut montrer que la relation d'impédance pour une onde plane reste valable pour un faisceau ultrasonore. La pression à la surface de l'émetteur s'écrit alors, à partir de :

$$p_1(r, 0) = P_0 \sum_{n=1}^N A_n e^{-B_n \left(\frac{r}{a}\right)^2} \quad (8)$$

A_n et B_n sont les coefficients complexes qui permettent

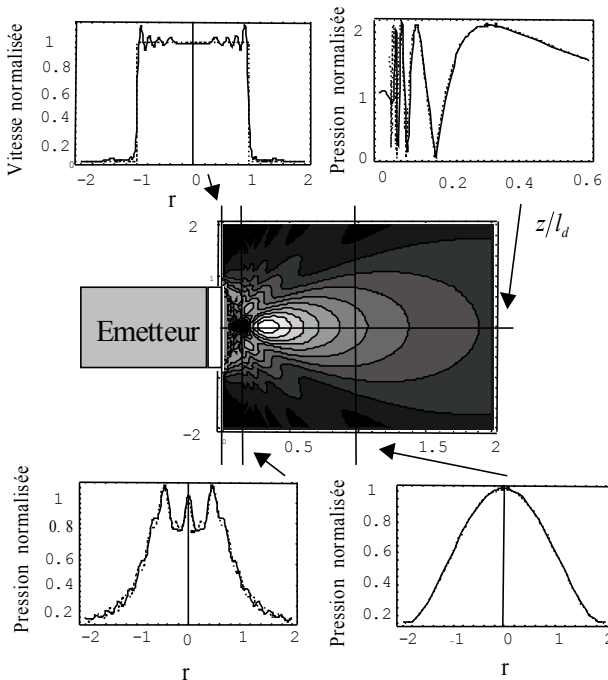


Figure 1 : Validation du modèle de décomposition en somme de gaussiennes.

d'approcher de manière optimale la distribution radiale de pression normale de la surface.

On obtient le champ émis par le transducteur en tout point de l'espace sous la forme analytique :

$$p_1(r, z) = P_0 e^{-jk_0 z} \sum_{n=1}^N \frac{A_n}{1 - jB_n z/l_d} e^{-\frac{B_n}{1 - jB_n z/l_d} \left(\frac{r}{a}\right)^2} \quad (9)$$

$$l_d = \frac{ka^2}{2}$$

où l_d est la distance de Rayleigh.

Pour valider l'expression (9) du champ émis par un transducteur axisymétrique, on la compare à une solution exacte, pour un piston, donnée par Archer-Hall et Gee [3].

Le champ rayonné par un transducteur plan dans l'air fonctionnant à 420 kHz et de diamètre 16 mm est calculé.

Sur les graphes de la Figure 1 on constate l'excellente concordance du modèle avec la solution exacte.

3.2 harmonique 2

L'expression de la pression aux fréquences somme et différence a été obtenue pour la première fois par Coulouvrat [4]. La génération d'harmonique deux correspond au cas particulier d'interaction paramétrique du faisceau fondamental avec lui même. A partir de l'équation (6), la pression à la fréquence $2f$ produite par un transducteur excité avec un signal harmonique à la fréquence f est donnée par :

$$p_2(r, z) = -j2k\beta\rho_0 e^{-a_{2ref}z} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M A_n A_m \int_0^z \frac{e^{-a_{ref}z'}}{c_{nm} z'/ld + d_{nm}} e^{-\left(\frac{r}{a}\right)^2 \frac{a_{nm} z'/ld + b_{nm}}{c_{nm} z'/ld + d_{nm}}} dz' \quad (10)$$

où les coefficients sont donnés par :

$$a_{nm} = j4B_n B_m \quad (11a)$$

$$b_{nm} = -2(B_n + B_m) \quad (11b)$$

$$c_{nm} = \frac{2z}{ld} B_n B_m + j(B_n + B_m) \quad (11c)$$

$$d_{nm} = -2 + j \frac{z}{ld} (B_n + B_m) \quad (11d)$$

3.3 récepteur de dimension finie

Les pressions que nous avons calculées jusqu'à présent sont celles qui pourraient être mesurées avec un transducteur de réception ponctuel. Afin de prendre en compte le diamètre du récepteur (souvent de taille non négligeable vis à vis de la longueur d'onde), la pression moyenne sur la surface du transducteur de réception est calculée et cela en prenant en compte la pondération introduite par la fonction de transfert du récepteur. Nous supposons que l'émetteur et le récepteur sont parfaitement alignés. La pression moyenne s'écrit dans ces conditions :

$$\bar{P}_{rec} = \frac{S_{rec}}{a^2} \int_0^{2\pi} \int_0^b H_{rec}(r) P_{rec}(r, z) r dr d\phi \quad (12)$$

où H_{rec} est la fonction de pondération de réception et S_{rec} est la sensibilité du transducteur de réception en V/Pa. Elle peut être décomposée, comme la source en une somme de gaussiennes. Nous pourrions alors écrire :

$$H_{rec}(r) = \sum_{l=1}^L A_l e^{-B_l \left(\frac{r}{b}\right)^2} \quad (13)$$

La pression moyenne harmonique reçue par le récepteur devient alors :

$$\bar{P}(z) = S_e P_0 e^{-jk_0 z} \sum_{l=1}^L \frac{A_l}{B_l} (1 - e^{-B_l})$$

$$\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \frac{A_m A_n}{B_m + \frac{b^2}{a^2} B_n - j B_n B_m z / l_d} \quad (14)$$

La fonction de réception à l'harmonique 2, pour un transducteur de réception de rayon b se décompose, comme pour le fondamental, en une somme de L gaussiennes. Le champ paramétrique reçu s'écrit alors :

$$\bar{P}_2(z) = -S_e j \frac{3k_2 \beta}{8} P_0^2 l_{d_2} e^{-\alpha_2 z} \times$$

$$\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \sum_{l=1}^L \frac{A_n A_m^{(*)} A_l}{a_{nml}} e^{(2\alpha_1 - \alpha_2) l_{d_2} \frac{b_{nml}}{a_{nml}}}$$

$$\left[E_1 \left((2\alpha_1 - \alpha_2) l_{d_2} \frac{b_{nml}}{a_{nml}} \right) - E_1 \left((2\alpha_1 - \alpha_2) \left(z + l_{d_2} \frac{b_{nml}}{a_{nml}} \right) \right) \right] \quad (15)$$

4 Applications

4.1 dispersion en fréquence du paramètre non linéaire

Le modèle est utilisé pour déterminer la valeur du paramètre non linéaire β en fonction de la fréquence dans un produit de contraste ultrasonore [5]. Pour cela, une méthode d'insertion-substitution est utilisée : le paramètre non linéaire du milieu à bulles est comparé à celui d'un milieu de référence (la solution saline dont le β a été préalablement mesuré à 3,5).

Le dispositif expérimental mis en œuvre est le suivant : un générateur de fonction est utilisé pour générer un train d'onde à la fréquence f . Ce signal est amplifié avant d'être transmis au transducteur émetteur (transducteur de fréquence centrale 2,25 MHz). Le milieu de référence (solution saline) et le produit de contraste sont contenus dans une cellule de mesure assurant un trajet des ultrasons de l'ordre de 25 mm. Un agitateur magnétique assure la bonne homogénéisation du contenu de la cellule. Le transducteur récepteur (qui recueille le fondamental f et l'harmonique $2f$) a pour fréquence centrale 5 MHz. Afin de déterminer la dispersion du paramètre non linéaire avec la fréquence, un balayage automatique est mis en place, faisant varier la fréquence f .

Le paramètre non linéaire est obtenu par la relation :

$$\beta(f) = \beta_{ref} \frac{P_2}{P_{2ref}} F \quad (16)$$

où β_{ref} est le paramètre non linéaire du milieu de référence (solution saline sans les bulles), p_2 et p_{2ref} sont respectivement les pressions à l'harmonique 2 dans le milieu à caractériser et dans la référence. F (facteur incluant les effets de diffraction et d'atténuation dans les milieux de référence et avec bulles) est calculé à partir de l'expression (18).

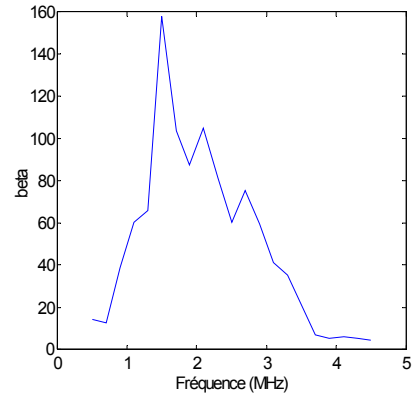


Figure 2: paramètre non linéaire d'un produit de contraste ultrasonore.

Le paramètre non linéaire dans ce produit de contraste est présenté figure 2. Il présente de très fortes valeurs (50 fois supérieures à la solution saline). Il croît fortement pour atteindre un maximum à 1,5 MHz puis décroît. Ce maximum correspond à la demi-fréquence de résonance. A partir de 4 MHz, le paramètre non linéaire semble constant et prend la même valeur que la solution saline. Conformément à ce qui est attendu, l'influence des bulles s'exerce aux environs et en dessous de la fréquence de résonance.

4.2 insertion-substitution d'un solide immergé

Il s'agit maintenant de calculer la variation de l'harmonique 2 créée par l'insertion, entre l'émetteur et le récepteur, d'une plaque dont les propriétés acoustiques linéaires (atténuation, vitesse de phase) et la densité sont connues [6].

Le champ harmonique 2 total transmis dans l'eau après passage dans la plaque est la somme de trois termes :

- du champ p_{21} créé dans l'eau avant la plaque et transmis ensuite linéairement jusqu'au récepteur,
- du champ p_{2d} créé dans la plaque et transmis ensuite linéairement jusqu'au récepteur,
- et enfin du champ p_{22} créé dans l'eau après la plaque.

Chaque terme peut être exprimé à l'aide du modèle de décomposition en somme de gaussiennes.

Afin de déterminer le paramètre non linéaire d'un échantillon de silice, un transducteur émetteur plan de fréquence centrale 5 MHz est placé en regard d'un transducteur récepteur plan de fréquence centrale 10 MHz (donc plus sensible à l'harmonique deux). Les champs de pression de l'harmonique deux dans deux cas (avec et sans échantillon) sont acquis et comparés au modèle décrit au paragraphe 3 (Figure 3). Le modèle coïncide très bien avec les mesures dans les deux cas. Sur la Figure 4 sont représentés les termes l'équation en fonction de la distance. Il apparaît que l'amplitude du terme utile est très faible devant les termes qui ne dépendent pas de la non linéarité de l'échantillon. La configuration expérimentale mise en place ici, utilisant une paire de transducteurs plan, est donc très mal adaptée à la détermination du paramètre non linéaire de l'échantillon par insertion-substitution.

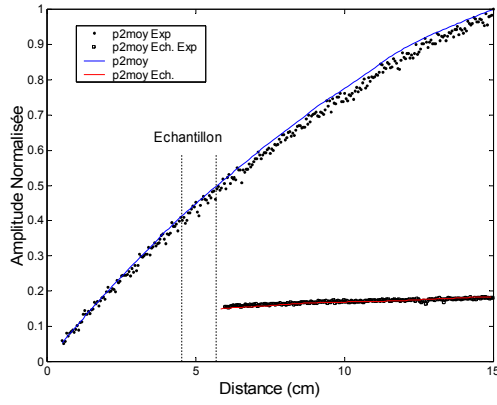


Figure 3 : Amplitude de l'harmonique 2 du champ de pression sur l'axe en fonction de la distance déterminée numériquement pour un transducteur plan, avec échantillon et sans échantillon et mesurés (points).

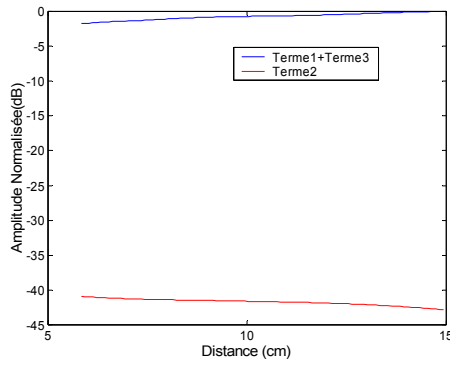


Figure 4 : Comparaison de l'amplitude d'harmonique 2 générée dans l'eau (bleu) et dans l'échantillon.

4.3 mesure de B/A en émission-réception

La mesure du coefficient non linéaire est maintenant réalisée en émission-réception : un unique transducteur émet un train d'onde à la fréquence f puis reçoit son écho (à $2f$) sur une paroi, après propagation dans une cellule contenant le matériau à caractériser [7]. Dans l'hypothèse quasi linéaire, l'harmonique 2 reçu peut être écrit comme la somme de l'harmonique généré lors de l'aller et de celui généré au retour. On a donc :

$$P_{1,2}^{rec} = P_{1,2}^{inc} + P_{1,2}^{refl} \quad (16)$$

L'utilisation du modèle de décomposition en somme de gaussiennes permet d'écrire chaque terme de (20) :

$$P_{1,2}^{inc} = \frac{-jk_2^2 S \beta (P_{1,1}^{em})^2 R_1}{8\pi \rho c^2} e^{-2\alpha f^2 h} e^{-2jk_2 h} F^{inc} \quad (17)$$

$$P_{1,2}^{refl} = \frac{-jk_2^2 S \beta (P_{1,1}^{em} R_1)^2}{8\pi \rho c^2} e^{-2\alpha f^2 h} e^{-2jk_1 h} e^{-\alpha (2f)^2 h} e^{-jk_2 h} F^{refl} \quad (18)$$

ou F^{inc} et F^{refl} sont les facteurs de diffraction pour l'harmonique généré à l'aller et au retour respectivement.

Lorsque l'impédance acoustique du réflecteur est plus élevée que celle du fluide, les effets non linéaires accumulent lors de la propagation avant et après la réflexion. Dans ce cas, la figure 5 (à gauche) montre

l'amplitude de l'harmonique 2 généré en fonction de la distance parcourue. Le récepteur est identique à l'émetteur. L'harmonique 2 généré lors du trajet aller (P_{1G}^2 en pointillé) augmente de façon monotone entre 0 et 5 cm. Cette composante est ensuite réfléchi sur le bloc d'aluminium utilisé comme réflecteur et se propage vers les transducteur récepteur (P_{2P}^2 en trait plein). Les effets d'atténuation et de diffraction provoquent la décroissance de cette composante. Conjointement, le champ fondamental qui s'est réfléchi sur le bloc d'aluminium, crée, par effet non linéaire, de l'harmonique 2 lors de son trajet retour : P_{2G}^2 . Cette composante s'ajoute à P_{2P}^2 , et en conséquence la composante harmonique 2 est globalement croissante lors du trajet retour.

Au contraire, lorsque le réflecteur (ici de l'air) a une impédance acoustique plus faible que le fluide, l'harmonique 2 se comporte comme montré sur la figure 5 (à droite). Cette fois ci, la réflexion est quasi-totale. Le fondamental réfléchi est donc plus fort, et en conséquence l'amplitude de P_{2G}^2 est supérieure à celle du cas précédent. Par contre, le coefficient de réflexion est négatif cette fois, et la composante harmonique 2 générée lors de l'allée subit donc un déphasage de π radians et est donc en opposition de phase avec l'harmonique 2 généré lors du retour. En conséquence, l'harmonique 2 total décroît lors du trajet retour. La différence entre les effets de diffraction sur les deux composantes provoque une augmentation de la composante globale à partir de 4 cm de propagation retour environ.

Ces résultats théoriques correspondent bien aux observations faites par Breazeale [8].

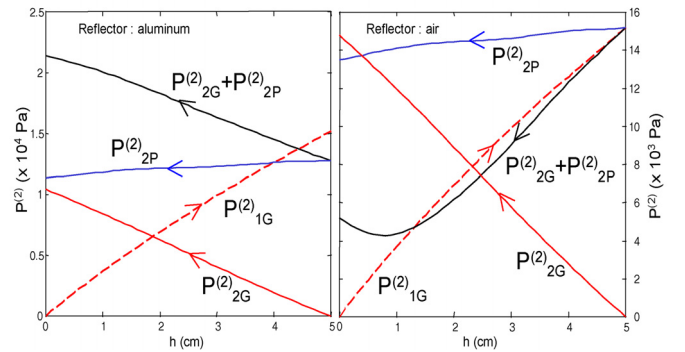


Figure 5 : Composantes de l'harmonique 2 lors de la propagation aller et retour dans de l'eau, avec un réflecteur aluminium et air.

4.4 non linéarité des transducteurs

Le modèle de décomposition en somme de gaussiennes est ici utilisé afin de comparer l'harmonique 2 mesuré après propagation dans un bloc d'aluminium à l'harmonique 2 théoriquement généré dans l'aluminium. Le but est d'évaluer une éventuelle composante harmonique 2 générée par le transducteur lui-même, en charge [9, 10].

4.4.1 transducteur monoélément

Le transducteur est excité par un signal de puissance dont l'harmonicité a été vérifiée. Le transducteur est successivement chargé par des blocs d'aluminium d'épaisseur croissante. La vitesse particulière de la face opposée du bloc d'aluminium dans l'axe du transducteur est mesurée par un interféromètre laser. Les résultats de ces mesures sont présentées sur la figure 6.

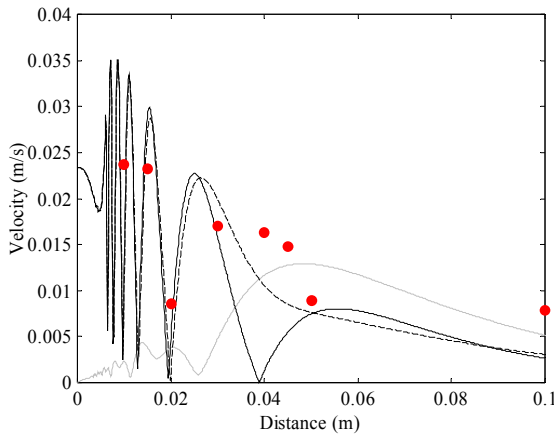


Figure 6 : Vitesse particulière à la fréquence double pour une excitation de $640 V_{pp}$ d'un transducteur de fréquence centrale 5 MHz. Valeur théorique de l'harmonique 2 généré dans l'aluminium (gris) ; valeurs mesurées (points). Harmonique 2 théorique propagé linéairement depuis la source (noir) ; somme des valeurs théoriques (pointillés).

Il apparaît que le comportement de l'harmonique 2 mesuré ne correspond pas à la génération d'harmonique dans l'aluminium seul. Le modèle est ici utilisé pour ajouter à l'harmonique généré, une composante à la fréquence double rayonnée par le transducteur. La vitesse particulière à la fréquence double ainsi calculée correspond mieux aux résultats expérimentaux, en particulier en champ proche.

Cela permet d'estimer le taux de distorsion harmonique à la source à environ 6%, ce qui est très supérieur au taux de distorsion harmonique de l'excitation électrique. Après une propagation de 10 cm dans l'aluminium, la distorsion constatée est d'environ 4,5%, au lieu des 2% théoriquement obtenu par génération dans l'aluminium seul. Ces mesures permettent donc d'estimer l'apport du transducteur (et du contact avec l'échantillon) dans la mesure de composante à la fréquence double.

4.4.2 transducteurs bifrèquence

Un transducteur bifrèquence a été réalisé : il est composé d'un disque piézoélectrique (de fréquence centrale 6 MHz) et d'un anneau (fréquence centrale 2 MHz) concentriques. Afin d'évaluer l'harmonique 2 généré par chaque élément, deux excitations électriques séparées et de fortes puissances délivrent des trains d'ondes (de fréquence 2 et 6 MHz). Le transducteur est maintenu en contact avec un bloc d'aluminium d'épaisseur 75 mm. Une mesure de déplacement par interférométrie laser est réalisée au dos du bloc et les mesures sont comparées au modèle pour les deux harmoniques.

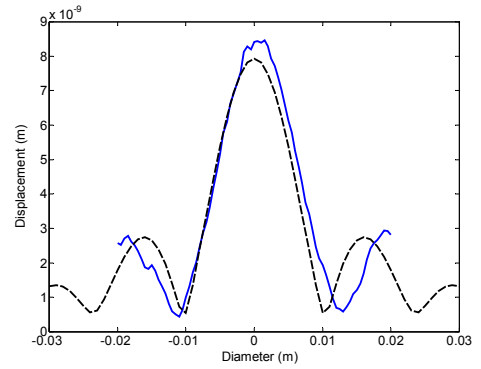


Figure 7 : Amplitude du déplacement au fondamental pour l'anneau (2 MHz) au dos du bloc d'aluminium – mesures (trait plein gris) et théorie (pointillés).

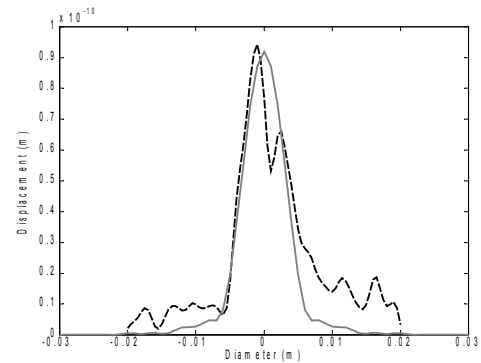


Figure 8 : Amplitude du déplacement à l'harmonique 2 pour le disque (12 MHz) au dos du bloc d'aluminium – mesures (trait plein gris) et théorie (pointillés).

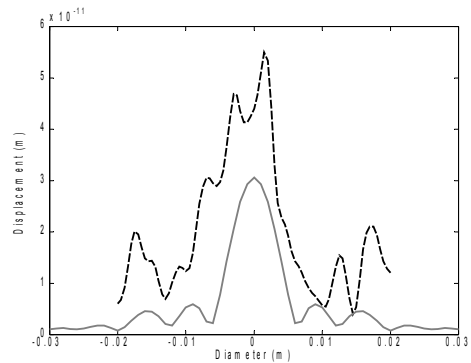


Figure 9 : Amplitude du déplacement à l'harmonique 2 pour l'anneau (4 MHz) au dos du bloc d'aluminium – mesures (trait plein gris) et théorie (pointillés).

Pour cela, les coefficients A_n et B_n pour décrire un anneau ont été calculés et leur validité est vérifiée expérimentalement. La figure 7 présente l'amplitude du fondamental (théorique et expérimental) pour l'anneau selon un diamètre. Elle montre une bonne adéquation du modèle aux mesures.

La figure 8 présente l'amplitude de l'harmonique 2 pour le disque. On peut voir une bonne adéquation du comportement et de l'amplitude maximale du modèle.

Sur la figure 9 est représenté l'harmonique 2 théorique et mesuré pour l'anneau. Il apparaît cette fois une différence notable entre théorie et expérience. Cela semble indiquer la présence importante d'harmonique 2 dès la source, c'est à dire dès l'anneau piézoélectrique (la source électrique ayant été filtrée de façon à être monofréquentielle).

5 Conclusion

Des applications pratiques du modèle de décomposition en somme de gaussiennes pour la mesure de paramètre non linéaire ont été présentées .

Dans le cas des fluides (effets non linéaires importants), ce modèle a permis d'évaluer le paramètre B/A du milieu soit en référence à un milieu connu, soit de façon absolue. Il permet facilement d'intégrer les phénomènes de diffraction, d'atténuation et de génération de l'harmonique 2. Une nouvelle application en cours, concerne le suivi de processus de gélification. Le paramètre non linéaire dans le gel est mesuré en tenant compte des variations de la charge acoustique du transducteur lors de la réaction.

Dans le cas des solides homogènes et connus (effets non linéaire très faibles), le modèle montre un écart entre les effets non linéaires mesurés et les prévisions théoriques de génération d'harmonique 2. Une non linéarité intrinsèque à l'instrumentation (et en particulier au transducteur) peut ainsi être mise en évidence en situation expérimentale (en charge). Une évaluation plus précise de cette non linéarité est en cours.

Références

- [1] Kuznetsov, V.P., *Equations of nonlinear acoustics*. Sov. Phys. Acoust., 1970. **16**(4): p. 467-470.
- [2] Wen, J.J. and M.A. Breazeale, *On plane, spherical, and cylindrical sound waves of finite amplitude in lossless fluids*. J. Acoust. Soc. Am., 1988. **83**: p. 1752-1756.
- [3] Archer-Hall, J.A. and D. Gee, *A single integral computer method for axi-symmetric transducers with various boundary conditions*. NDT International, 1980. **13**: p. 95-101.
- [4] Coulouvrat, F., *Méthodes Asymptotiques en acoustique non linéaire*. 1991, Thèse de l'Université de Paris VI.
- [5] Labat V, Remenieras JP, Bou Matar O, Ouahabi A, Patat F. Harmonic propagation of finite amplitude sound beams: experimental determination of the nonlinearity parameter B/A . *Ultrasonics* 2000;38:292-296.
- [6] O. Bou Matar, M. Vila, F. Vander Meulen, C. Rossignol and M. Lethiecq, *Proceedings of the 2001 IEEE-UFFC Ultrasonics Symposium*, 709.
- [7] F. Vander Meulen and L. Haumesser, « Evaluation of B/A nonlinear parameter using an acoustic self-calibrated pulse-echo method », *Appl. Phys. Lett.* 92, 214106 (2008)
- [8] M.A. Breazeale and W. W. Lester, *J Acoust Soc Am* vol. 33, p 1803 (1961).
- [9] J. Fortineau, F. Vander Meulen, L. Haumesser, "Experimental method for the nonlinear behavior evaluation of an ultrasonic dual frequency transducer" , *International Congress on Ultrasonics* Aprils 9-12 Vienne Austria 2007
- [10] L. Haumesser, J. Fortineau, D. Parenthoine, T. Goursolle et F. Vander Meulen, "Ultrasonic nonlinear parameter measurement: critical investigation of the instrumentation" , in *Ultrasonic Wave Propagation in Non Homogeneous Media*, Springer, 2009.