

10ème Congrès Français d'Acoustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

Interactions externes des orifices des flûtes à bec, analyse et modélisation

Jean Perrigot

Laboratoire de Génie Electrique et Ferroélectricité, Institut National des Sciences Appliquées, 69621, Villeurbanne.

Les interactions externes entre deux orifices voisins ont été étudiées par D.H.Keefe (J.A.S.A. 73 (5) May 1983) dans un montage et un fonctionnement symétriques. On utilise dans la suite l'interprétation physique de Keefe, et les deux relations fondamentales correspondantes. Pour une flûte à bec, c'est le résonateur qui impose des relations entre les débits, et d'autre part il est utile d'étendre les résultats à un fonctionnement non symétrique. Pour ces raisons, les interactions des paires d'orifices sont reformulées. Les contraintes du résonateur permettent de conserver la notion d'impédance et d'interpréter les interactions externes par un réseau en pi de trois impédances additionnelles. Il est encore possible d'exprimer une impédance venant modifier le rayonnement de chaque orifice, et d'interpréter la modification de la conduction du résonateur par une variation de la distance des orifices couplés. La prise en compte des interactions externes aboutit à une description acoustique du résonateur particulière à chaque note. On précise les opérations et leur suivi au niveau des réflexions du résonateur et de l'exécution de chaque note.

1 Couplages internes des orifices

Ce paragraphe concerne les couplages internes : on exprime l'impédance d'entrée d'un tronçon de résonateur et le rapport des débits de 2 orifices consécutifs.

1.1 Impédance Z_E ramenée à l'orifice {2} par les éléments situés en aval (figure 1)

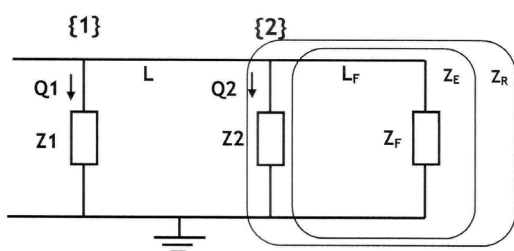


Figure 1 : dans le cas des orifices de doigté, le segment terminal (8cm) présente une impédance élevée devant Z_2 d'où $Z_R \# Z_2$.

L'impédance terminale Z_F a été décrite au moyen de développements en série de sa partie réelle et de sa partie imaginaire, par Rayleigh (1894) et Olson (1957) (Cf. [2]). Les premiers termes de ces développements conduisent à :

$$Z_F \# j k R_0 (8a/3\pi) \quad (1)$$

ρ =densité de l'air ; C_S =vitesse du son dans l'air ; $k = \omega/C_S$; a est le rayon d'extrémité du corps légèrement conique de la flûte. L'impédance Z_E ramenée en aval de l'orifice {2}, est aussi l'impédance d'entrée du tronçon terminal L_F :

$$Z_E = R_0 \frac{Z_F + j R_0 \tan(k L_F)}{R_0 + j Z_F \tan(k L_F)} \quad (\text{cf. [2]}) \quad (2)$$

Les résultats varient avec le terme de phase $k L_F$.

Application aux orifices de doigté de l'alto :

$R_0 = \rho C_S / S \# 4.10^6$; $L_F \# 0.080$; $8a/3\pi \# 0.005$; $\tan(k L_F) \# 1$ à $f = 500\text{Hz}$. Pour ces valeurs numériques on peut, au numérateur de (2), négliger Z_F devant $R_0 \tan(k L_F)$, et au dénominateur négliger $Z_F \tan(k L_F)$ devant R_0 . On a alors :

$$Z_E \# j R_0 \tan(k L_F). \quad (3)$$

L'impédance Z_R en {2}, englobant Z_2 et les éléments aval est :

$$Z_R \# (Z_2 // Z_E) \# Z_2, \text{ car } Z_E \gg Z_2. \quad (4)$$

En première approximation, l'impédance terminale est masquée par le tronçon de résonateur L_F .

1.2 Impédance d'entrée d'un tronçon non terminal

Exemple: le tronçon {1}-{2}, longueur L , en Figure 1 L'impédance d'un orifice non terminal de rayon b est :

$$j k R_0 (a/b)^2 \tan(k t_e) \# j k R_0 (a/b)^2 k t_e \quad (5)$$

t_e est la hauteur acoustique de l'orifice; aux fréquences basses (cf [1]), elle vaut :

$$t_e = t + b [1.40 - 0.58 (b/a)^2] \quad (5bis)$$

Le calcul de la charge de chaque orifice peut être itéré, la dernière valeur de Z_R devenant la nouvelle charge terminale. On trouve alors, de proche en proche, que l'influence des admittances aval est affaiblie si elles sont suffisamment distantes (plusieurs cm sur l'alto), mais n'est pas négligeable. Un orifice {1} ouvert en amont de {2}, à la distance L verrait en aval l'impédance :

$$Z_{E1} = R_0 \frac{Z_2 + j R_0 \tan(k L)}{R_0 + j Z_2 \tan(k L)} \quad (6)$$

On a ici : $Z_2 = j R_0 (a/b_2)^2 \tan(k t_e)$; les simplifications qui ont abouti à la formule (3) nécessitent la condition :

$(a/b)^2 \tan(kte) \ll \tan kL$, ou $(a/b)^2 te \ll L$, c'est-à-dire $te \ll L/5$; l'inégalité n'est pas bien réalisée car $te \approx 0.007$ et $L \geq 0.035$. Mais si la charge était vraiment un court circuit il n'y aurait pas d'interaction entre le premier orifice ouvert et les suivants, et l'instrument ne fonctionnerait pas. Les formules approchées: $Z_E = j R_0 kL$, et même $Z_E = j R_0 \tan(kL)$ ont des résultats inacceptables dus aux faibles distances des orifices. Nous allons finalement aménager la formule (6) en introduisant:

$$\alpha = \left(\frac{a}{b_2}\right)^2 \tan k t_{e2} \# \left(\frac{a}{b}\right)^2 k t_{e2} \quad (7)$$

a, b_2 et t_{e2} désignent ici respectivement les rayons du résonateur, de l'orifice qui termine le segment, et la hauteur acoustique de cet orifice; (6) devient (6bis):

$$Z_{E1} = j R_0 \frac{\tan(kL) + \alpha}{1 - \alpha \tan(kL)} \quad (\text{impédances}) \quad (6\text{bis})$$

$$Y_{E1} = \frac{1}{j R_0} \frac{1 - \alpha \tan(kL)}{\tan kL + \alpha} \quad (\text{admittances}) \quad (6\text{ter})$$

Ces formules seront appliquées au §4.2.

1.3 Débits de deux orifices ouverts consécutifs.

Soit un tronçon de longueur L compris entre un orifice {1} d'impédance Z_1 , et l'orifice suivant {2} (impédance Z_2). Les orifices fermés ne sont pas pris en compte. Soit Z_R l'impédance réduite en {2}, x l'abscisse d'un point courant sur le tronçon, et prenons l'origine $x=0$ en {1}. $P(x)$ et $Q(x)$ sont des amplitudes complexes.

$$P(x) = A e^{-jkx} + B e^{+jkx} \quad (8)$$

$$Q(x) = (1/R_0) [A e^{-jkx} - B e^{+jkx}] \quad (9)$$

(A et B= constantes complexes à déterminer)

La condition d'extrémité $P(L) = Z_R Q(L)$ permet de calculer le coefficient de réflexion:

$$\frac{B}{A} = \frac{Z_R - R_0}{Z_R + R_0} e^{-2jkL} \quad (10)$$

Si $P(0)$ prend une valeur connue P_0 , A est calculable; en posant $Q_1 = Q(0)$ et $Q_2 = Q(L)$ on peut écrire:

$$A = \frac{P_0}{1 + \frac{Z_R - R_0}{Z_R + R_0} e^{-2jkL}} = \frac{Q_1 Z_1}{1 + \frac{Z_R - R_0}{Z_R + R_0} e^{-2jkL}} \quad (11)$$

L'équation des débits (9) est: $Q_2 = \frac{1}{R_0} A [e^{-jkL} - \frac{B}{A} e^{+jkL}]$

On remplace B/A et A par leurs valeurs (10) et (11); on obtient un rapport qui se simplifie: numérateur = $2 * Z_1 * Q_1$, dénominateur = $(Z_R + R_0) e^{+jkL} + (Z_R - R_0) e^{-jkL}$ d'où:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{Z_1}{Z_R \cos kL + j R_0 \sin kL} \quad (12)$$

Pour deux orifices ouverts non consécutifs il faut multiplier les affaiblissements de paires successives.

Valeurs numériques et simplifications

Si Z_R est l'impédance terminale, $Z_R \cos kL$ vaut: $j k R_0 (8b/3\pi)$ avec $(8b/3\pi) \approx 0.005\text{m}$. Le dénominateur peut s'écrire: $j k R_0 L (1 + \epsilon_r)$ avec $\epsilon_r = 8b/3\pi L$. La longueur du dernier segment étant $L \approx 0.08\text{m}$ alors $\epsilon_r \approx 1/16$, et Q_2/Q_1 se simplifie:

$$\frac{Q_2}{Q_1} \approx (8b/3\pi)/L, \text{ donc } Q_2/Q_1 \ll 1 \quad (13)$$

Pour Z_R non terminal on a $Z_1 = j k R_0 (a/b_1)^2 t_{e1}$ et $Z_2 = j k R_0 (a/b_2)^2 t_{e2}$. La formule (12) devient:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\frac{a^2}{b_1^2} t_{e1}}{L + \frac{a^2}{b_2^2} t_{e2}} \quad (14)$$

Or: $\frac{a^2}{b_1^2} \approx \frac{a^2}{b_2^2} \approx 6$, pour $L \approx 3\text{cm}$ les termes du dénominateur sont de même ordre que le numérateur, donc $(Q_2/Q_1) \approx 0.5$.

2 Couplages externes des orifices

Les formules de Keefe [1] (15) à (20), rappelées ici, sont le point de départ utilisé pour l'étude des couplages externes des orifices de flûtes à bec. Les extensions effectuées concernent surtout les termes de phase.

2.1 Sources ponctuelles.

Pour une source de débit connu Q l'équation d'Helmholtz permet de calculer la pression à la distance r :

$$P(r,t) = (j \rho \omega / 4 \pi r) Q e^{-jkr} e^{j\omega t} \quad (15)$$

La relation de la dynamique: $\rho \delta v / \delta p = -\delta p / \delta r$ permet de calculer la vitesse à la distance r :

$$V(r,t) = (1/\rho C_S) [1 + 1/jkr] P(r,t) \quad (16)$$

Ces résultats s'appliquent aux flûtes à bec. Pour un point P situé à distance r d'un orifice cylindrique de rayon b et de débit Q , (15) et (16) restent valables pour $r \gg 2b$. Utilisant le rayon a et l'impédance caractéristique du corps de flûte $R_0 = \rho C_S / S$ on a l'amplitude complexe de la pression au point P:

$$P(r) = j R_0 \frac{1}{4} \frac{ka^2}{r} e^{-jkr} Q \quad (17)$$

2.2 Couplages externes, formules de Keefe [1].

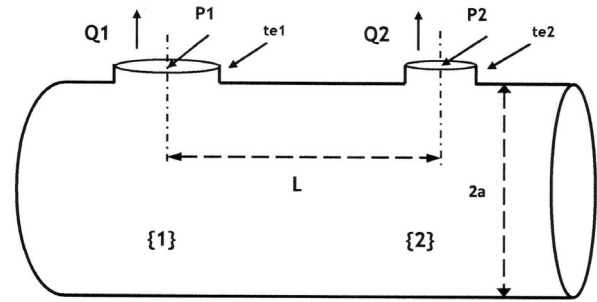


Figure 2 : surface interne d'une section de flûte à bec. Les hauteurs t_{e1} et t_{e2} sont dues aux épaisseurs acoustiques du corps; $2a$ = diamètre interne, S =section interne, L = distance des centres de {1} et {2}, $2b_1$ et $2b_2$ =diamètres respectifs, Q_1 et Q_2 =débits sortant, P_1 et P_2 =pressions de sortie.

Par couplage par pression, le débit Q_2 de l'orifice {2} (cf fig 2) engendre en {1} la surpression:

$$P_1^{(1)} = j R_0 \frac{1}{4} \frac{ka^2}{L} e^{-jkL} Q_2 \text{ d'après (17).} \quad (18)$$

La même formule tient pour $P_2^{(1)}$ et Q_1 , en permutant les indices. On supposera que ces phénomènes coexistent.

Par couplage par flux, le débit Q_2 de l'orifice {2} engendre un flux opposé à Q_1 à travers l'orifice {1}. On écrit, sans tenir compte de l'angulation du flux en {1} (Cf Keefe [1]), l'aire de {1} étant πb_1^2 :

$$Q_1^{(1)} = -[\text{aire orifice } \{1\}] \cdot [\text{vitesse flux de } \{2\}] \quad (19)$$

$$Q_1^{(1)} = -j \frac{1}{4} \frac{k(b_1)^2}{L} \left(1 + \frac{1}{jkr}\right) Q_2 \quad (20)$$

Pour l'application à la flûte, les termes de phase ne seront pas simplifiés, sauf exception: en 4.1 on rappellera un résultat fondamental de Keefe sous la condition $kL \ll \pi/2$, car il sert de référence et permet une discussion des

phénomènes de base. Par contre en 3.2 le terme de phase $\cos kL$ sera introduit dans la formule (26), et justifié en 4.2.

3 Impédances équivalentes

3.1 Variation des impédances d'orifices.

Keefe [1] suppose que les grandeurs physiques de l'orifice {1} subissent de petites variations : $P_1^{(1)}$, $Q_1^{(1)}$, $Z_1^{(1)}$. En partant de la dérivée logarithmique de chaque membre de la relation: $P_1 = Q_1 Z_1$, on obtient:

$$Z_1^{(1)} = \frac{P_1^{(1)}}{Q_1} \left[1 - \frac{Q_1^{(1)}}{P_1^{(1)}} Z_1 \right] \quad (21)$$

Pour des orifices couplés {1} et {2} on a : $P_1^{(1)}/Q_2$ d'après (18), et Q_2/Q_1 d'après (14). On peut donc développer le

calcul de: $\frac{P_1^{(1)}}{Q_1} = \frac{P_1^{(1)}}{Q_2} \frac{Q_2}{Q_1}$ d'où l'on déduit:

$$\frac{P_1^{(1)}}{Q_1} \# \frac{jR_0 \frac{1}{4} \frac{ka^2}{L} \frac{a^2}{(b_1)^2} te_1}{L + \frac{a^2}{(b_2)^2} te_2} \quad (21a)$$

(20) et (18) permettent de développer $\frac{Q_1^{(1)}}{P_1^{(1)}} = \frac{Q_2}{P_1^{(1)}}$

$$\frac{Q_1^{(1)}}{P_1^{(1)}} = -\frac{1}{R_0} \frac{(b_1)^2}{a^2} \left(1 + \frac{1}{jkL} \right) e^{jkL} \# -\frac{1}{R_0} \frac{(b_1)^2}{a^2} \frac{1}{jkL} \quad (21b)$$

(le 3^{ème} membre requiert l'approximation $kL \ll \pi/2$)

(21) devient : $\frac{Z_1^{(1)}}{Z_1} \# \frac{\frac{1}{4} \frac{a^2}{L}}{L + \frac{a^2}{(b_2)^2} te_2} \quad (22)$

Lorsque L vaut plusieurs centimètres, l'impédance $Z_1^{(1)}$ placée en série avec Z_1 devient négligeable devant Z_1 . **Dans le cas des paires de petits orifices doubles**, L diminue pour se rapprocher du diamètre de l'orifice; le rapport des débits, d'après (14), se rapproche de l'unité ce qui donne aux paires d'orifices doubles ouverts le comportement d'un orifice unique plus important.

3.2 Variations d'impédance du résonateur

Les couplages par pression équivalent à une admittance. Soient deux orifices couplés {1} et {2}. La surpression en {1} est d'après (17):

$$P_1^{(1)} = \xi Q_2, \text{ avec: } \xi = j R_0 \left(\frac{1}{4} \frac{ka^2}{L} \right) e^{-jkL} \quad (23)$$

La surpression en {2} $P_2^{(1)} = \xi Q_1$ est caractérisée par la même valeur de ξ . La surpression $P_1^{(1)}$ provoque dans la charge de rayonnement de P_1 un débit total :

$$\frac{\xi}{(Z_1 + dz_1)} Q_2 = \frac{\xi}{(Z_1 + dz_1)(Z_2 + dz_2)} P_2 \quad (24)$$

La pression P_2 rencontre donc dans le circuit de la figure 3 une impédance totale :

$R_1 = \frac{P_2}{\text{Débit}} = \frac{(Z_1 + dz_1)(Z_2 + dz_2)}{\xi}$; tout se passe comme si il y avait entre {1} et {2} une impédance de fuite :

$$Z_{12}^1 = R_1 - (Z_1 + dz_1 + Z_2 + dz_2) \# \frac{Z_1 Z_2}{\xi}$$

Les couplages obtenus par permutation $1 \leftrightarrow 2$ ajoutant leurs effets, on a : $(Z_{12}^1 // Z_{12}^2) = \frac{1}{2} \frac{Z_1 Z_2}{\xi}$ (25)

En fig 3 on a placé l'admittance $2\xi/(Z_1 Z_2)$ qui peut être développée en explicitant Z_1 et Z_2 :

$$2\xi/(Z_1 Z_2) = \frac{1}{jR_0 kL} \frac{1}{4} \frac{b_1^2 b_2^2}{a^2} \frac{2 \cos kL}{te_1 te_2} \quad (26)$$

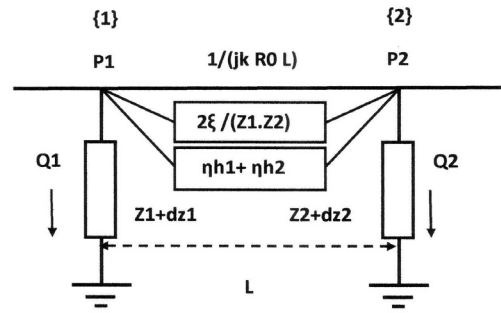


Figure 3 : le résonateur est figuré par la ligne horizontale qui relie les orifices {1} et {2}. Z_1 et Z_2 sont les impédances de rayonnement ; dz_1 et dz_2 sont des variations de ces impédances. $2\xi/(Z_1.Z_2)$ et $(\eta h_1 + \eta h_2)$ sont des admittances dues aux couplages externes par pression et par débit, placées entre {1} et {2}. L'admittance du tronçon sera vue en 4.2

Les couplages par flux équivalent à une admittance globale $\eta h = \eta h_1 + \eta h_2$ car la variation de débit en {1} provoquée par le flux de Q_2 (formule 5) s'écrit en fonction de P_2 :

$$Q_1^{(1)} \# -j \frac{1}{4} \frac{k(b_1)^2}{L} \frac{1}{jkL} \frac{P_2}{Z_2} = \eta h_1 P_2 \quad (27)$$

avec: $\eta h_1 = -\frac{1}{4} \left(\frac{b_1}{L} \right)^2 \frac{1}{Z_2}$ et $\eta h_2 = -\frac{1}{4} \left(\frac{b_2}{L} \right)^2 \frac{1}{Z_1}$ (28)

Pour des couplages à distance suffisante ηh_1 et ηh_2 sont très petits devant $1/Z_1$ et $1/Z_2$. La figure 3 place donc $(\eta h_1 + \eta h_2)$ entre {1} et {2} sans tenir compte de leur débit dans Z_1 et Z_2 .

4 Distance acoustique des orifices

4.1 Formules de Keefe pour $kL \ll \pi/2$.

Pour $kL \ll \pi/2$, la variation d'admittance du résonateur peut s'écrire : $\frac{1}{jkR_0 L} - \frac{1}{jkR_0 L} = \eta h + \frac{2\xi}{Z_1 Z_2}$. En utilisant (26) et (28) on a la formule de Keefe :

$$\frac{L' - L}{L} = \frac{1}{4} \frac{b_1^2 b_2^2}{a^2} \left[\frac{1}{L te_1} + \frac{1}{L te_2} - \frac{2}{te_1 te_2} \right] \quad (29)$$

Le terme $\left(\frac{1}{L te_1} + \frac{1}{L te_2} \right)$ vient des couplages par débit, le L du dénominateur a pour origine une approximation du terme $(1 + 1/jkL)$ de l'expression de la vitesse en (5). Le terme $\frac{2}{te_1 te_2}$ vient des couplages par pression. Le signe - dans le 2^{ème} membre de (29) indique un rétrécissement du tronçon.

4.2 Extensions de la formule (29), dans le cas des couplages par pression.

Le terme de phase du coefficient ξ de la formule (23) est e^{-jkL} ; la surpression correspondante devrait être ajoutée vectoriellement, mais pour de faibles interactions une projection est équivalente. On remplacera le terme de phase par $\cos kL$ (voir 26).

La variation d'admittance du résonateur due aux admittances de couplage par pression (nous nous limitons à ce cas) est calculée en utilisant la formule (6ter) :

$$\frac{1}{jR0} \left(\frac{1-\alpha \tan(kL)}{\tan(kL)+\alpha} - \frac{1-\alpha \tan(kL)}{\tan(kL)+\alpha} \right) = \frac{2\xi}{Z_1 Z_2} \quad (30)$$

le 2^{ème} membre a été vu en (26). Il s'agit de petites variations de L ; l'approximation $(L' - L) \ll L$ est licite et on l'utilise. Il vient après calcul de la parenthèse de (30):

$$\frac{(1+\alpha^2)}{jR0} \frac{K(L-L')(1+\tan^2 kL)}{(\alpha+\tan kL)^2} = \frac{2\xi}{Z_1 Z_2} \quad (31)$$

Pour éliminer les indéterminations des fonctions tan et

(1/x), on écrit le terme $\frac{(\alpha+\tan kL)^2}{(1+\tan^2 kL)}$ sous la forme :

$$1 + 2\alpha \sin(kL) \cos(kL) + (\alpha^2 - 1) \cos^2(kL)$$

On forme le terme de phase P(k,L), ci-dessous : (32)

$$\frac{1}{k} \frac{1}{(1+\alpha^2)} \left(1 + 2\alpha \left(\frac{\sin(kL)}{kL} \right) \cos(kL) + (\alpha^2 - 1) \cos^2(kL) \right) \cos(kL)$$

$$d'où : L' - L = -\frac{1}{2} \frac{b_1^2 b_2^2}{a^2} \frac{1}{te_1 te_2} P(k, L) \quad (33)$$

Le signe - de la relation (33) indique un rétrécissement si $\cos(kL) > 0$, un allongement si $\cos(kL) < 0$.

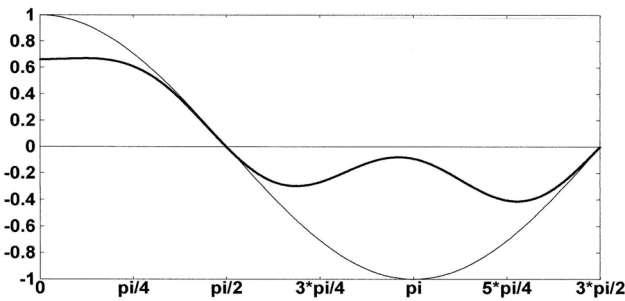


Figure 4 : on a présenté $\cos(kL)$ en trait fin. La courbe de phase P(k,L), qui a le signe de $\cos(kL)$, figure en trait gras.

5 Distance fenêtre - 1^{er} ouvert

Les formules précédentes ne tiennent pas compte des modifications des phases introduites par le jet, et qui interviennent dans la distance acoustique entre fenêtre et premier orifice ouvert.

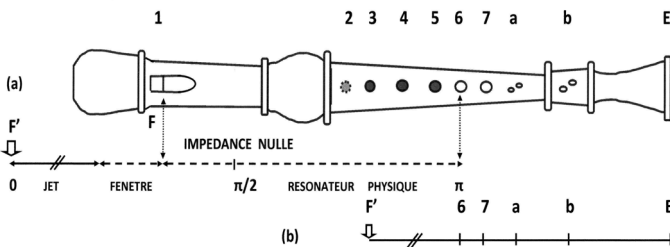


Figure 5 : cas du do1. En (a) le retard du jet, et l'impédance de fenêtre sont représentés par des tronçons de résonateur équivalents. La longueur totale des éléments égale la demi longueur d'onde de l'instrument complet. En (b), l'impédance négative du jet permet de rapprocher F' du 1^{er} ouvert.

5.1 Résonateur équivalent à la flûte complète

Une flûte à bec oscille avec la période globale : $T_{FAB} =$ retard dû au jet + retard dû à la fenêtre + période du résonateur physique. Sur la figure 5, on a représenté en (a), pour une demi-période, un diagramme des phases kL de l'instrument complet, en ramenant le jet à un tronçon de résonateur équivalent. En (b), on a le diagramme réduit.

5.2 Rôle du jet: il ne se réduit pas à un simple retard.

Quand la flûte est jouée, le doigté étant établi, l'oscillation prend naissance, sous l'effet du souffle, lorsque l'impédance négative du jet annule les impédances de la fenêtre et du résonateur [3]. A ce moment, l'impédance (résonateur physique +fenêtre) est nulle, celle du résonateur global se réduit à celle d'un tronçon de résonateur, simulant le retard du jet. La longueur aller et retour de ce tronçon vaut $W_L * 340/u$, donc sa longueur équivalente est $W_L/(340*U_j)$, avec les notations: W_L =longueur du jet, U_j =vitesse centrale du jet, u = vitesse de phase sur le jet, 340=vitesse du son. La fenêtre est venue dans une position virtuelle située à $W_L * 340/U_j$ du premier ouvert. Exemple: pour une pression de souffle : $p_f = 200$ pa, on obtient :

$$U_j \# \sqrt{2 * \frac{pa}{\rho}} = 5.5 \text{ m/s} \quad (34)$$

La longueur du jet (alto) est #4 mm; la longueur équivalente au retard du jet est alors #30mm. Cette méthode oblige à définir des pressions de souffle pour l'étalonnage. Voici une autre méthode qui définit la position de la fenêtre fictive {L'} à l'amorçage des oscillations, sans tenir compte des couplages. O1 désignant le premier orifice ouvert on peut calculer la distance : F'-O1 avec l'expression:

$$d(F'-O1) = \lambda/2 - \lg(\text{rés}) - \lg(\text{fen}) \quad (35)$$

λ =longueur d'onde, $\lg(\text{rés})$ = longueur du résonateur physique, $\lg(\text{fen})$ = longueur équivalente de la fenêtre .

$\lambda/2$	O1	Note	Lg(res)	F'—O1
0.344	6	SI1	0.245	0.059
0.325	6	DO1	0.245	0.040
0.307	5	DO1#	0.213	0.054
0.290	5	RE1	0.213	0.035
0.273	4	MI1b	0.179	0.054
0.258	4	MI1	0.179	0.039
0.258	3	MI alt	0.147	0.071
0.244	3	FA2	0.147	0.057
0.230	2	FA2#	0.136	0.054
0.217	2	SOL2	0.136	0.036
0.210	2	SOL2#	0.136	0.034

Table 1. Calcul de la distance F'-1^{er} ouvert O1 dans le cas des notes ayant pour 1^{er} ouvert {6}, {5}, {4}, {3}, {2} ; MI alt = doigté alternatif . la longueur de la fenêtre est #4 cm.

6 Calcul des interactions

6.1 Distances acoustiques entre orifices (DO1).

Dans le cas du DO1, on remplace les orifices doubles ouverts, par des orifices simples équivalents. Il y a donc 6 ouverts: {1}, {6}, {7}, {a}, {b} et E, chacun étant couplé aux autres. La variation de longueur due au couplage {6}—{7}, par exemple, est déduite de (33). On fait les approximations justifiées par l'uniformité et la faible valeur des hauteurs $te_1 \# te_2 \# te$, puis $\frac{1}{te} \ll \frac{L1E}{te^2}$, prenant le terme de phase de (32), on a:

$$dL67 \# -\frac{1}{2} \frac{b_6^2 b_7^2}{a^2} \frac{P(k,L67)}{te^2}$$

On utilisera la notation: $L67^\circ$ pour $P(k,L67)$:

$$dL67 \# -\frac{1}{2} \frac{b_6^2 b_7^2}{a^2} \frac{L67^\circ}{te^2} \quad (36)$$

La formule (36) facilite l'écriture de toutes les interactions entre orifices ; mais entre la fenêtre et les orifices de doigté il faut utiliser la distance fenêtre -1^{er} ouvert définie par (35). Lorsqu'on factorise, comme en formule 36 bis , il faut veiller à attribuer son rayon b_1 à la fenêtre, le rapport b_1^2/a^2 étant critique.

6.2 Déplacement du 1er ouvert {6} par couplages

Tout d'abord, dans le cas du do1, les déplacements de F' vers {6}, {7}, {a}, {b} correspondent à des $\cos kL > 0$, donc à des attractions; l'extrémité E, dans la zone $\cos kL \# 0$, peut être omise.

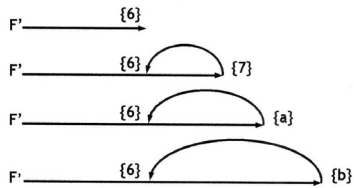


Figure 6a : diagramme des interactions, directes ou indirectes, qui permettent au premier ouvert {6} de se déplacer vers la fenêtre. Chacune cesse par obturation d'un orifice, et dans le cas du do1, le son descend.

Le calcul des déplacements élémentaires de {6} peut être fait au moyen des calculs suivants, où F' est noté 1 :

$$dL16 \# \frac{1}{2} \frac{b_6^2}{a^2 te^2} [-b_1^2 L16^\circ]$$

$$dLF'76 \# \frac{1}{2} \frac{b_7^2}{a^2 te^2} [-b_1^2 L17^\circ + b_6^2 L67^\circ]$$

$$dLF'a6 \# \frac{1}{2} \frac{b_a^2}{a^2 te^2} [-b_1^2 L1a^\circ + b_6^2 L6a^\circ]$$

$$dLF'b6 \# \frac{1}{2} \frac{b_b^2}{a^2 te^2} [-b_1^2 L1b^\circ + b_6^2 L6b^\circ]$$

Déplacement total de {6} # 2 mm. On peut trouver jusqu'à 5 mm, selon le rapport de la surface de la fenêtre à celle des orifices, et la correction de hauteur des orifices de doigté (Cf. Keefe). Ce calcul est utile au contrôle du logiciel, mais on va utiliser une solution plus rapide et plus exacte, valable sans modification jusqu'au SOL2.

6.3 Réglage de position du premier ouvert {6}

On suppose qu'on règle un simulateur logiciel après avoir créé pour chaque note une description optique du résonateur. La hauteur du fondamental est liée essentiellement à la position acoustique du premier ouvert O1. Pour chaque note on fait varier la longueur du

premier segment de manière à déplacer tous les orifices ouverts ensemble, et on arrête sur un son juste. On peut considérer que l'on vient de traiter tous les éléments de la figure 7, et on ne touche plus à {6}.

6.4 Réglage de position du second ouvert {7}, et suivants

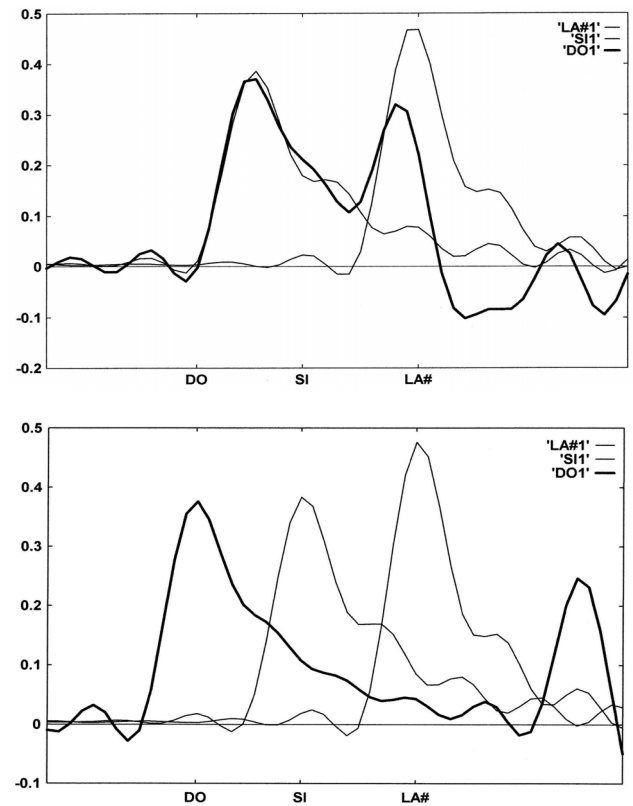
{6} est devenu un point fixe. On note sur un diagramme des liaisons celles qui peuvent déplacer l'orifice {7} et qui ne figurent pas dans le diagramme de {6} : on trouve : La7, Lb7, et LE7. On calcule donc ainsi le déplacement d7 :

$$d7 \# \frac{1}{2} \frac{b_7^2}{a^2 te^2} [b_a^2 La7^\circ + b_b^2 Lb7^\circ + b_E^2 LE7^\circ] \quad (36 \text{ bis})$$

La méthode utilisée avec {6} et {7} s'applique aux réglages de position de {a} et {b} ;

$$da \# \frac{1}{2} \frac{b_a^2}{a^2 te^2} [b_b^2 Lba^\circ + b_E^2 LEa^\circ] ;$$

$$db \# \frac{1}{2} \frac{b_b^2}{a^2 te^2} [b_E^2 LEb^\circ] .$$



Figures 6b et 6c Réglage de 3 notes d'un simulateur par observation des réponses impulsionnelles du résonateur. En haut, renseigné par des mesures optiques, le simulateur ne tient pas compte des couplages externes entre orifices ouverts ; toutes les notes sont fausses ; celles qui ont le même premier ouvert émettent le même fondamental (cas du SI et du DO). En bas, les réponses ont été corrigées selon la méthode indiquée. Nb : le DO1 présente en 6b (avant réglages) une fonction de réflexion à 2 pics. Le déplacement de {6} a seulement amené le pic gauche sur le marqueur DO. Les déplacements de {7} et {a} ont fortement déplacé le pic droit vers la droite.

6.2 Orifices à $\cos(kL)$ négatif par rapport à F' (fig. 7)

Pour concrétiser la figure 7, on peut jouer le FA2, puis sans modifier {2} ni {3}, ni {4} fermer : {5}, puis {5+6}, {5+6+7}, etc, jusqu'à {5+6+7+a+b}. L'essai a été fait avec une flûte à bec alto, baroque, de marque Adège. La suppression des couplages à $\cos kL < 0$ fait monter le son. Les notes MI1 et DO2 demandent un souffle un peu sec en position finale.

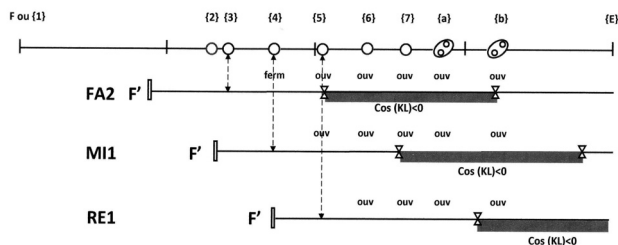


Figure 7 : pour chacune des 3 notes : RE1, MI1 et FA2, un diagramme de phases de l'instrument repère les orifices présentant un $\cos(kL)$ négatif par rapport à la fenêtre.

7 La zone de doublage des fréquences

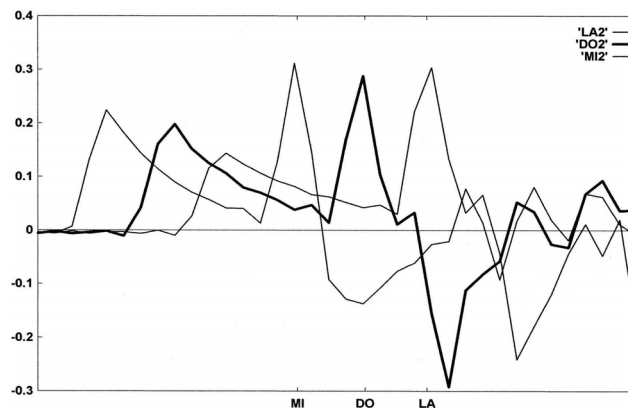
7.1 Le doublage de fréquence

Les notes supérieures de l'instrument, allant sur l'alto du LA2 au SOL3, utilisent l'orifice {2} en mode d'octavation ou doublage de fréquence. {2} devient le premier orifice ouvert, mais nous ne le désignerons pas ainsi. En fait, l'oscillation à fréquence double est obtenue par mise en phase de 2 réflexions distinctes provoquées par l'orifice de doublage et le premier ouvert: la hauteur de la note devient sensible à la position de tous les orifices ouverts qui suivent l'orifice {2}. La position du premier ouvert (après {2}) continue à définir la hauteur, mais dépend de la position des orifices suivants. Les réponses impulsionnelles obtenues, dont le DO2 est typique, comportent une première réflexion due à l'orifice de doublage, avec une montée raide et une descente douce incurvée. Ce front doit être suivi d'un front de descente comportant une partie négative bien marquée.

7.2 Réglages

Positionner le pic positif du premier ouvert en modifiant la distance fenêtre-orifice {2}. Le second ouvert déplace le pic négatif, le 3^{ème} ouvert en modifier la forme; ces opérations sont à reprendre plusieurs fois. La réponse impulsionnelle étant correcte (forme proche de l'exemple du DO2), retoucher la pression de souffle simulée (peu critique), et l'ouverture de l'orifice de doublage (assez critique) (facteur 0.15 à 0.35)

Figure 8 (colonne suivante) Réponses du résonateur en doublage de fréquence: LA2, DO2, MI2. Chaque réponse porte les réflexions de l'orifice de doublage, et du 1^{er} ouvert.



Conclusions

Les bases physiques et la formulation de Keefe ont facilité les adaptations nécessaires pour l'application aux flûtes à bec. Les interactions internes du résonateur ont été revues. La formulation des interactions externes abandonne les approximations de phase tout en évitant d'altérer la forme d'origine. Un diagramme des phases de l'instrument complet, tenant compte du rôle actif du jet, a facilité l'analyse des couplages externes. Une méthode de calcul des interactions a été explicitée dans le cas de notes non octaviées, une approche plus expérimentale a été utilisée dans le cas des doublages. Le sujet est connecté à la simulation des sons [3][4] et à la propagation des ondes [5].

Remerciements

Je remercie bien vivement Monsieur le professeur D. Guyomar, Directeur du Laboratoire de Génie Electrique et Ferroélectricité, et Madame E. Dorieux, Secrétaire du Laboratoire, pour leur accueil et leur soutien efficace.

Références

- [1] Keefe D.H "Acoustic streaming, dimensional analysis of nonlinearities, and tone hole mutual interactions in woodwinds", *J.Acoust.Soc. Am.*, 73 (5), 1804-1820, (1983)
- [2] Fletcher N.H., Rossing T.D., *The Physics of Musical Instruments*, Springer Verlag, (1998)
- [3] Cremer L. et Ising H., "Die selbsterregten Schwingungen von Orgelpfeifen". *Acustica* 19, 143- 153, (1967)
- [4] Verge M.P., Hirschberg A., Caussé R., "Sound production in recorderlike instruments", II . A simulation model., *J. Acoust. Soc. Am.*, 101 (5), Pt. 1, 2925-2939,(1997)
- [5] Grange G. et Ohanessian H. Cours du Département de Génie Electrique. Lignes en Hautes Fréquences INSA. Lyon.