

10ème Congrès Français d'Acoustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

Application de la Réfraction Négative à la focalisation de deux Sources Acoustiques

E. D. Manga^{1*}, L. Haumesser¹, F. Vander Meulen¹, C. Croënne², A-C. Hladky-Hennion², J.Vasseur², B. Morvan³, et E. Le Clézio¹

¹ Université François Rabelais de Tours, CNRS FR 3110, INSERM U930, École Nationale d'Ingénieurs du Val de Loire,

Rue de la Chocolaterie, BP 3410, F-41034 Blois, *etough.manga@univ-tours.fr

² Institut d'Electronique de Microélectronique et de Nanotechnologie, UMR 8520 CNRS,

Av. Poincaré, Cité Scientifique, BP 69, 59652 Villeneuve D'Ascq Cedex

³ Laboratoire d'Ondes et Milieux Complexes, Place Robert Schuman, 76610 Le Havre

Le travail, réalisé dans le cadre du projet ANR SUPREME (SUPERlentille à REfraction négative à base de METamatériaux et de cristaux phononiques), consiste en l'étude numérique et expérimentale de champs de pression transmis à travers un cristal phononique 2D. Les courbes de dispersion du cristal, constitué de tiges cylindriques solides (acier) dans une matrice fluide (eau), montrent l'existence d'une bande de fréquences à réfraction négative dans laquelle les surfaces équi-fréquences (EFS) sont parfaitement circulaires. La première caractéristique implique que des faisceaux divergents incidents sur le cristal se re-focalisent en sortie, les EFS circulaires permettant une re-focalisation optimale. Les résultats présentés concerneront l'étude d'images formées à travers le cristal par deux points sources. Une attention particulière sera portée à l'influence, sur l'image, de la position des sources par rapport au cristal, ainsi que de leurs positions relatives. L'étude expérimentale est réalisée sur un cristal de 7,8mm d'épaisseur avec comme sources ponctuelles deux "pinducers" de diamètre 2,4mm placés près du cristal. En réception, un hydrophone permet de mesurer le champ de pression "en chaque point" dans le plan des deux sources ponctuelles. D'un point de vue numérique, les simulations sont réalisées par Éléments Finis, à l'aide du code de calcul ATILA. Les résolutions axiales et latérales des images reconstruites sont discutées en présence d'une ou de deux sources acoustiques. Il est montré que, pour les grandes distances inter-sources (relativement à la longueur d'onde), le champ de pression à la sortie du cristal est tel que les points images issus des deux sources sont bien distincts. Pour les petites distances inter-sources, des interférences entre les champs générés donnent lieu à des distorsions des points images qui sont discutées en terme de pertinence pour les dispositifs d'imagerie ultrasonore.

1 Introduction

Depuis deux décennies, la communauté scientifique s'est intéressée à l'étude des cristaux phononiques. Plus particulièrement à la suite des travaux de M. S. Kushwaha [1] mettant en évidence la présence de bandes interdites dans une structure composite constituée de cylindres de nickel dans une matrice d'aluminium. Les études des structures phononiques se sont inspirées des résultats obtenus dans le domaine optique avec les cristaux photoniques qui dans un premier temps avaient été conçus pour leurs propriétés de bandes interdites. De la possibilité d'atténuer la propagation des ondes acoustiques dans une (ou toutes les) direction(s), l'analyse des cristaux phononiques s'est élargie à la réfraction négative qui survient très souvent dans le domaine des basses fréquences. En effet, dans cette gamme fréquentielle, les ondes perçoivent le milieu périodique comme un milieu effectif possédant un indice de réfraction. Cette propriété a été utilisée par l'équipe de J. Page [2, 3] pour focaliser les faisceaux incidents divergents d'une source ponctuelle à l'aide d'un cristal phononique plan. Il a été démontré entre autre que la

focalisation est sensible à la position de la source dans le plan de propagation (plan perpendiculaire à l'axe des tiges). De plus pour atteindre une résolution sub-longueur d'onde, il est nécessaire d'avoir des surfaces équi-fréquences circulaires ainsi qu'un indice $n = -1$ dans le cristal, ce qui d'après la loi de Snell-Descartes correspond à une égalité des nombres d'onde dans le cristal et dans le milieu environnant.

Ce papier présente une analyse des propriétés du champ acoustique transmis à travers le cristal 2D pour deux sources acoustiques ponctuelles en fonction de la position de ces dernières. Le diagramme de dispersion obtenu à partir de la théorie du développement en ondes planes (PWE) montre que le cristal utilisé possède un indice de réfraction négatif et des surfaces équi-fréquences circulaires pour les fréquences comprises entre 0,63 et 0,74MHz. La focalisation de deux sources ponctuelles à travers la lentille est observée à la fréquence $f = 0,64\text{MHz}$, correspondant à une longueur $\lambda = 2,3\text{mm}$. Il est montré que les interférences entre les sources ne perturbent pas la localisation des images. Cependant la focalisation est dépendante de la position de la source le long des diffuseurs.

2 Cristal phononique et imagerie

2.1 Cristal phononique étudié

Les cristaux phononiques sont un arrangement périodique de diffuseurs immergés dans une matrice aux propriétés élastiques différentes. Le réseau direct (figure 1.(a)) ainsi que le réseau réciproque (figure 1.(b)) de la structure sont à symétrie hexagonale de périodicités a et b respectivement ; avec $b = 4\pi/a\sqrt{3}$. La périodicité du réseau direct permet de ramener l'étude théorique du réseau à la première zone de Brillouin (figure 1.(c)), cellule élémentaire du réseau réciproque. Le cristal pho-

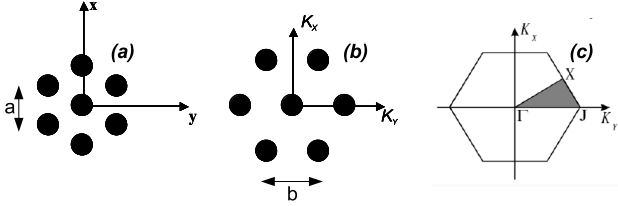


FIGURE 1 – Réseau cristallin d'un cristal phononique 2D : (a) réseau direct, (b) réseau réciproque, (c) limites de la première zone de Brillouin.

nonique 2D, est ici constitué de tiges cylindriques en acier immergées dans l'eau. L'axe des tiges est normal au plan de propagation (xy) et leur rayon est $r_0 = 0,5mm$. Le pas du réseau, $a = 1,5mm$ correspond à un taux de remplissage de 0,403. Les caractéristiques des matériaux sont : $V_e = 1490m.s^{-1}$, $\rho_e = 1000kg/m^3$ pour l'eau ; $V_L = 5800m.s^{-1}$, $V_T = 2910m.s^{-1}$ et $\rho_a = 7890kg/m^3$ pour l'acier. L'épaisseur du cristal L , correspondant à 6 rangées de tiges suivant l'axe y , est de $7,8mm$.

La structure de bande du cristal, obtenue à partir du développement en ondes planes [5], est représentée sur la figure 2.(a). Le cristal a une bande de transmission interdite dans la direction ΓX entre 0,45 et 0,62MHz, et une bande de transmission interdite dans toutes les directions du cristal entre 1,04 et 1,08MHz. La seconde bande de dispersion suivant les directions ΓX et ΓJ met en évidence une décroissance de la fréquence quand le nombre d'onde augmente. La vitesse de phase et le vecteur de Poynting sont dans ce cas de sens opposés. Les surfaces équi-fréquences sont parfaitement circulaires autour du point Γ , sur la gamme de fréquences 0,63 à 0,73MHz (figure 2.(b)).

2.2 Principe d'imagerie

L'indice de réfraction négatif d'une lentille plate qui baigne dans un milieu d'indice positif lui confère des propriétés similaires à celles d'une lentille convergente classique. La loi de Snell-Descartes est vérifiée avec des rayons réfractés restant du même côté que les rayons incidents par rapport à la normale à l'interface. De ce fait les faisceaux divergents d'un point source S placé à la distance d_s de la lentille voient leur trajectoire déviée à la traversée de la première interface du cristal, comme le montre la figure 3. Ces faisceaux se re-focalisent à la sortie du cristal au point I distant de d_i de la face arrière du cristal [2, 3, 4]. L'indice de réfraction effectif varie avec la fréquence, et est donné par la relation $n =$

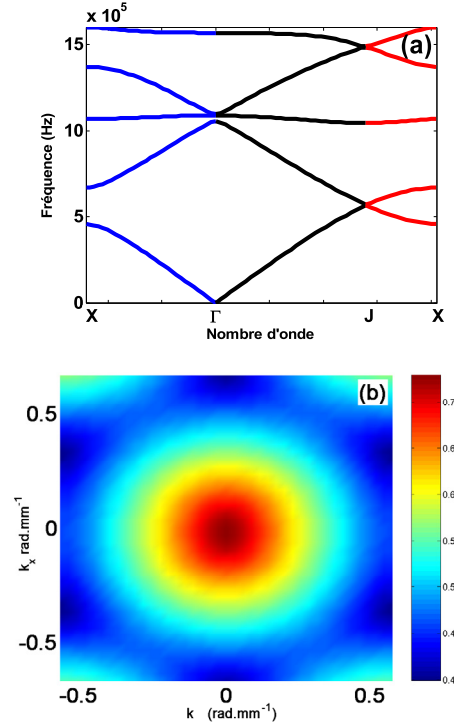


FIGURE 2 – Courbe de dispersion théorique dans la première zone de Brillouin (a) et Surfaces équi-fréquences pour les fréquences comprises entre 0,63 et 0,74MHz.

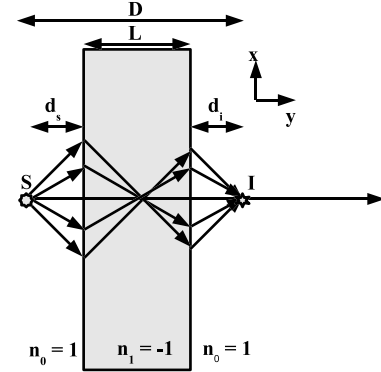


FIGURE 3 – Schéma de principe : focalisation à travers une lentille acoustique rectangulaire d'indice effectif $n = -1$.

$-\left|\vec{k}\right|V_e/\omega$ dans la bande négative. Il peut aussi être déterminé à partir de la distance séparant le point source du point image D [4] :

$$D = L(1 + 1/|n|), \quad (1)$$

avec L de l'épaisseur du cristal.

3 Résultats et analyses

3.1 Dispositif expérimental

L'expérience consiste à mesurer le champ de pression de deux sources ponctuelles à travers le cristal. Les sources utilisées sont des petits disques piézo-électriques de diamètre égal à $2,4mm$ (pinducer) et sont excitées par une impulsion électrique. La pression transmise

à travers le cristal est mesurée à l'aide d'un hydrophone dans la zone image (figure 4). La transformée de Fourier des signaux impulsionnels obtenus permet de représenter la cartographie 2D du champ de pression à la fréquence $f = 0,64\text{MHz}$ ($\lambda = 2,3\text{mm}$).

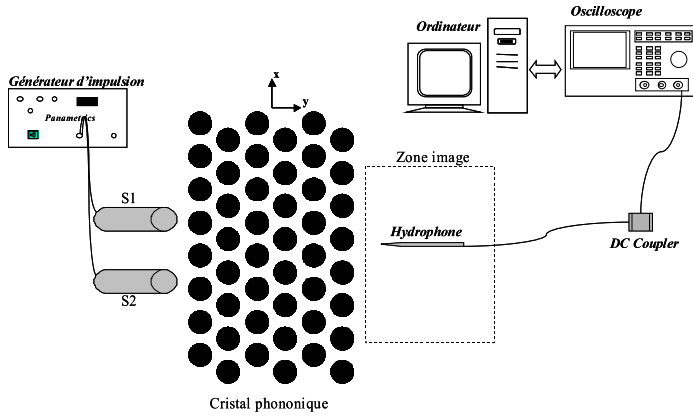


FIGURE 4 – Dispositif expérimental.

3.2 Images de deux sources ponctuelles

La figure 5 présente le champ de pression dans la zone image pour les sources S_1 et S_2 distantes de 8mm et placées à 1mm du cristal. Les images des sources correspondent aux deux zones de focalisation maximale (figure 5.(a)). À ces images s'ajoutent des interférences dues au fait que la distance inter-source n'est pas très grande devant la longueur d'onde, 3λ environ. L'amplitude des interférences est inférieure à celle de chaque point image au maximum de focalisation. Dans l'axe des sources, la distribution du champ de pression est donnée par la figure 5.(b). Les images sont étendues dans l'axe du fait de la différence entre les nombres d'onde dans le cristal et dans l'eau, l'indice de réfraction est différent de -1 [2]. En effet, la distance moyenne D entre la source et son image est de $18,7\text{mm}$, ce qui correspond à un indice de réfraction $n = -0.70$ (relation (1)).

Dans l'axe transverse (figures 5.(c)), le profil latéral du champ de pression à la position $y = 12,8\text{mm}$ montre que les images sont distantes de 8mm , distance correspondant à celle entre les deux sources. La distribution latérale du champ de pression de chaque image est approximée par la fonction $|\sin(ax)/ax|$. La résolution est définie par la moitié de la largeur du lobe central de la fonction d'approximation[2]. Elle est ici égale à $0,85\lambda$ pour les deux images. La présence des interférences entre les deux sources ne gêne pas la localisation des points images. En effet, le profil axial du champ de pression de la source S_2 quand la source S_1 est éteinte (figure 5.(b)-trait avec astérisques), est sensiblement égal à celui du champ issu de S_1 et S_2 simultanément (trait plein).

De manière à compléter l'étude, le cristal décrit au paragraphe 2.1 est maintenant modélisé à l'aide du code de calcul ATILA. Dans un premier temps, deux sources ponctuelles sont placées à la distance $d_s = 1\text{mm}$ de la face avant du cristal. Les sources sont distantes de 8mm et disposées de façon symétrique, de sorte qu'elles soient entre un diffuseur et un interstice. En effet, la focalisation est très sensible à la position du point source[3].

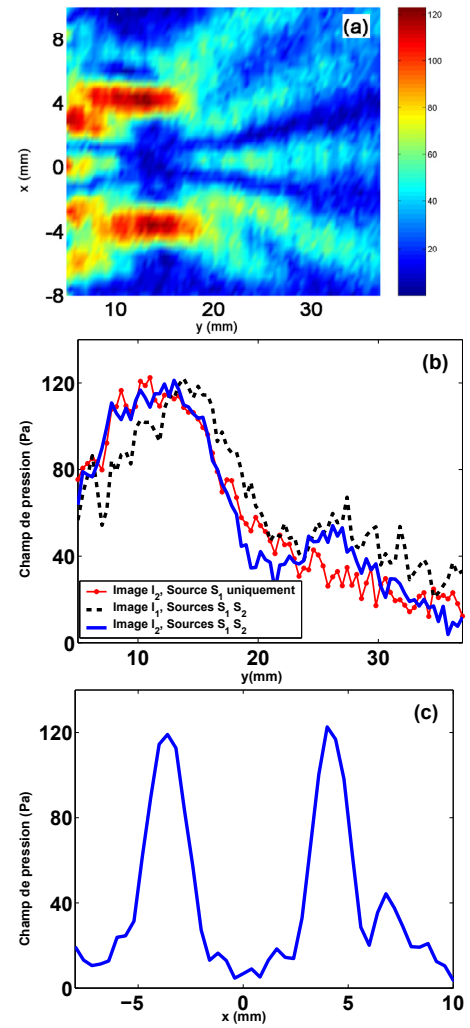


FIGURE 5 – Résultats expérimentaux : images de deux points sources distants de 8mm à la fréquence $f = 0,64\text{MHz}$: (a) champ de pression, (b) distributions axiale et (c) latérale.

Ici chaque source est placée entre un diffuseur et un interstice, entraînant ainsi la formation d'un point image distordu (figure 6(a)). La distribution du champ de pression dans l'axe des sources est donnée par la figure 6.(b). Les profils des deux images sont pratiquement les mêmes le long de l'axe de propagation (trait plein et pointillés). La distance moyenne D entre le point source et son image est égale à $18,8\text{mm}$, ce qui correspond à un indice $n = -0,71$.

En comparant la distribution axiale du champ d'une source devant le cristal (figure 6.(b), trait avec des points) à celle de cette même source dans le cas où les deux sources sont distantes de 8mm (trait plein), la différence d'amplitude est de 15% à la position du maximum de focalisation et 40% à la position des distorsions liées à la position relative de la source. Cette augmentation d'amplitude ne gêne pas la localisation des images. La distribution latérale du champ de pression (figure 6.(c)) permet de trouver une résolution latérale $0,77\lambda$. À l'interférence entre les deux sources, s'ajoute la distorsion des points de focalisation due à la position de la source le long des diffuseurs. Ce qui n'empêche pas de localiser les images correspondant aux points

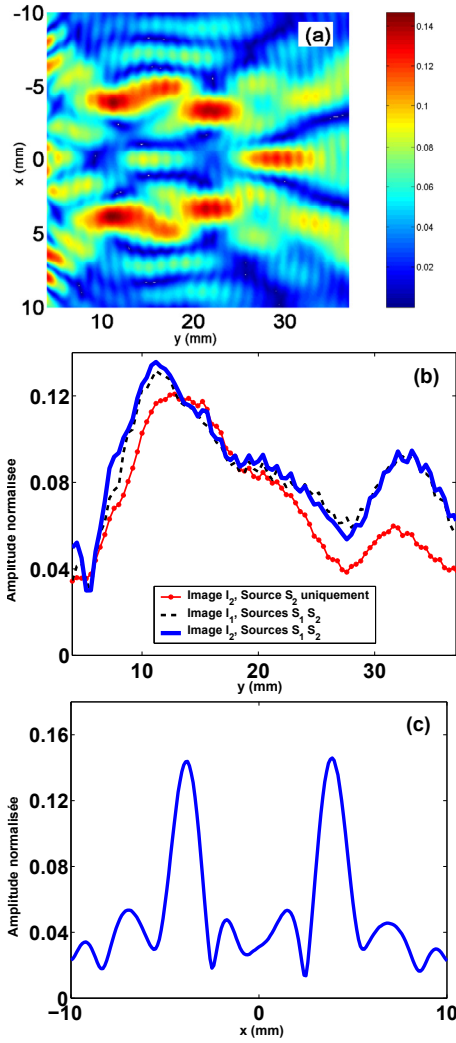


FIGURE 6 – Modélisation Eléments Finis : champ de pression dans la zone image pour deux points sources S_1 et S_2 (a), distributions axiale (b) et latérale à $y = 13,9\text{mm}$ (c) du champ de pression aux points images I_1 et I_2 respectivement.

sources. L'erreur sur le calcul Éléments Finis est évaluée à 1,6%, elle est moins importante que les résultats expérimentaux, d'où la meilleure résolution latérale.

3.3 Image d'une source ponctuelle

Pour les précédents résultats, la simulation et l'expérience ont été réalisées pour deux sources placées de façon symétrique par rapport aux diffuseurs. L'influence de la position de la source sur l'image va maintenant être étudiée. La figure 7 présente les champs de pression pour un point source placé face à un diffuseur (figure 7.(a)), et un point source placé entre un diffuseur et un interstice (figure 7.(b)), translation de $a/4$ suivant l'axe x . Dans la zone image, le champ de pression est symétrique dans le cas où la source est placée devant un diffuseur. Comme noté précédemment, cette symétrie est brisée lorsque la source est placée entre un plot et un interstice (figure 7.(c) et (d)). La distribution axiale du champ de pression (figure 7.(e)) permet de localiser le maximum d'amplitude. La distance source-image moyenne D est de $19,1\text{mm}$, ce qui correspond

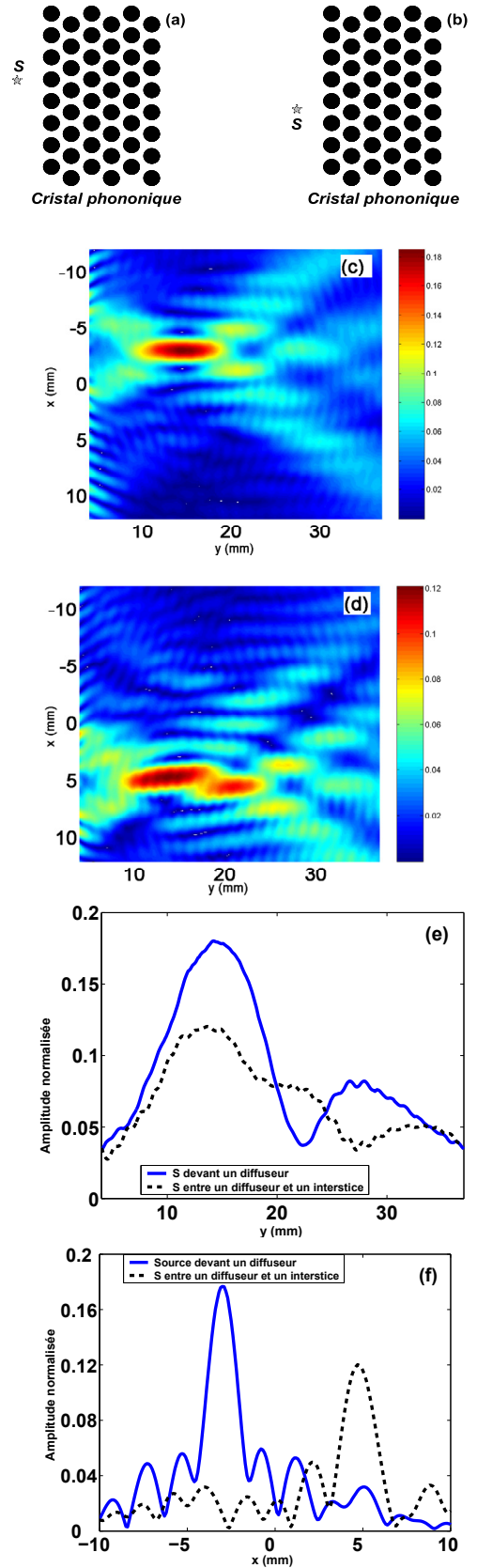


FIGURE 7 – Modélisation Éléments Finis : champ de pression d'un point source en fonction de la périodicité : (a) et (b) position de la source, (c) et (d) champ de pression dans la zone image, (e) et (f) distributions axiale et latérale aux maxima d'amplitude.

à un indice $n = -0,69$ à la fréquence $f = 0,64\text{MHz}$. Ce résultat est cohérent avec les valeurs précédentes, montrant que l'indice est pratiquement le même quelle

que soit la position de la source suivant l'axe transverse x . La différence de niveau entre des deux cartographies aux maxima d'amplitude est de l'ordre de 35%. Sur la figure 7.(f), la résolution latérale du point image pour les deux positions est de $0,68\lambda$ pour la source face à un diffuseur et $0,77\lambda$ pour la source placée entre un diffuseur et un interstice.

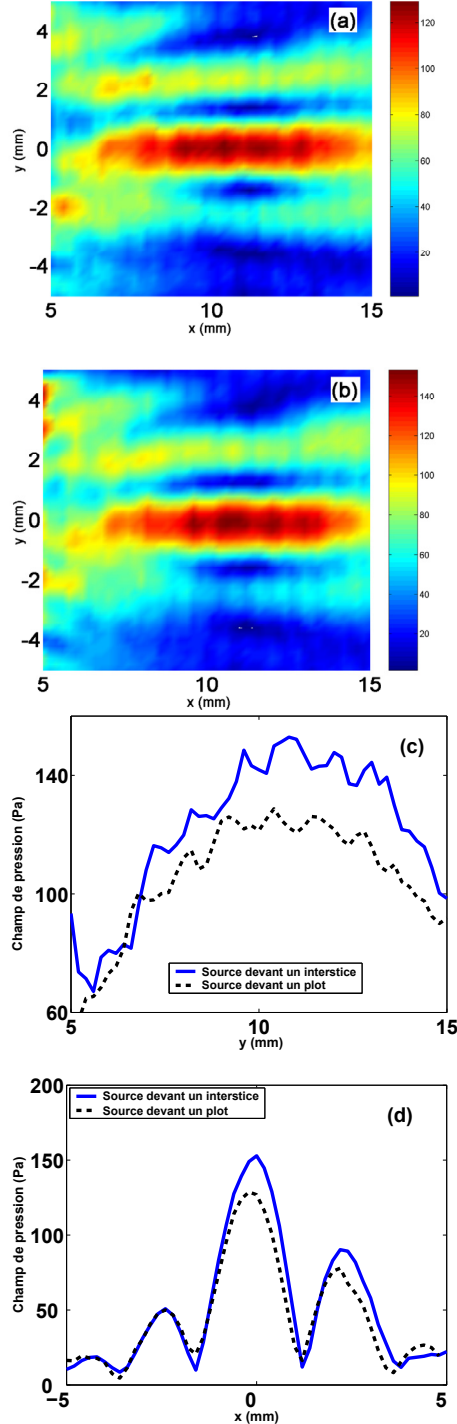


FIGURE 8 – Résultats expérimentaux : champ de pression (a) d'une source devant un diffuseur, (b) source devant un interstice, (c) distribution axiale et (d) distribution latérale du champ de pression.

L'étude expérimentale présente deux cas de figure : source devant un diffuseur et source devant un interstice, figure 8.(a) et (b) respectivement. Mise à part la différence de niveau de pression, il n'est pas évident, à

première vue, de différencier le champ de pression issu de la source placée face à un plot de celle placée devant un interstice. Ceci vient du fait que le diamètre des sources est supérieur à la périodicité, $d = 1,5a$, entraînant une différence de niveau relativement faible entre les champs de pression des différentes positions de source. Elle est de 15%. Sur la figure 8.(c), la distance moyenne entre le point source et son image D est évaluée à $18,8mm$, ce qui correspond à un indice effectif $n = -0,70$ pour les deux positions. L'influence, sur l'image, de la position par rapport aux diffuseurs d'une source uniforme étendue le long de l'axe des x est faible puisque le champ acoustique est intégré sur toute la surface de la source.

4 Conclusion

L'étude présentée ici porte sur un cristal ayant des surfaces équi-fréquences parfaitement circulaires dans la seconde bande de dispersion. L'indice de réfraction du cristal est $n = -0,7$ à la fréquence $f = 0,64MHz$. Cet indice confère à la lentille la possibilité de focaliser un point source placé en amont dans la zone image après la lentille. La modélisation par Éléments Finis a permis de vérifier que la résolution des points de focalisation est fonction de la position relative de la source par rapport aux diffuseurs. La meilleure résolution, $0,68\lambda$, est obtenue pour une source placée devant un diffuseur. De plus pour une source de diamètre supérieur à la taille des diffuseurs, le dispositif expérimental a permis de montrer que le niveau d'amplitude de l'image n'est pas invariant avec la position de la source le long de l'interface. Le champ de pression des deux sources acoustiques présente entre autre des interférences qui ne perturbent pas la focalisation des sources et donc la localisation des images.

Remerciements

Ce projet de recherche est financé dans le cadre de l'ANR Blanc SUPREME, numéro ANR-08-BLAN-0101-01 (SuperLentille à REfraction négative à base de Metamatériaux et de cristaux phononiques). Je remercie Franck Deniau pour son aide technique dans la mise en place du banc de mesure.

Références

- [1] M. S. Kushwaha, P. Halevi, L. Dobrzynski, and B. Djafari Rouhani, "Far-field imaging of acoustic waves by a two-dimensional sonic crystal", *Phys. Rev. Lett.* 71, 2022 (1993)
- [2] A. Sukhovich, L. Jing, and J. H. Page, "Negative refraction and focusing of ultrasound in two dimensional phononic crystals", *Physical Review B* 77, 014301 (2008)
- [3] A. Sukhovich, B. Merheb, K. Muralidharan, J. O. Vasseur, Y. Pennec, P. A. Deymier and J. H. Page, "Experimental and Theoretical Evidence for Sub-wavelength Imaging in Phononic Crystals", *Phys. Rev. Lett.* 102, 154301 (2009)

- [4] C. Qiu, X. Zhang, and Z. Liu, "Far-field imaging of acoustic waves by a two-dimensional sonic crystal", *Physical Review B* 71, 054302 (2005)
- [5] M. Wilm, S. Ballandras, V. Laude, and T. Pastureaud, "Full 3D plane-wave-expansion model for 1-3 piezoelectric composite structures", *J. Acoust. Soc. Am* 112(3), 943 (2002)
- [6] J. Li, Z. Liu, and C. Qiu, "Negative refraction imaging of solid acoustic waves by two-dimensional three-component phononic crystal", *Physics Letters A* 372, 3861-3867 (2008)
- [7] ISEN, Acoustics Laboratory, Lille, France. "ATILA Finite Element Code for Piezoelectric and magnetostrictive transducer modeling", Version 5.2.1, User's Manual (2002)
- [8] S. Robert, J. M. Conoir, and H. Franklin, "Propagation of elastic waves through two-dimensional lattices of cylindrical empty or water-filled inclusions in an aluminum matrix", *Ultrasonics* 45, 178-187 (2006)
- [9] M. Ke, Z. Liu, Z. Cheng, J. Li, P. Peng and J. Shi, "Flat superlens by using negative refraction in two-dimensional phononic crystals", *Solid State Communications* 142, 177-180 (2007)
- [10] J. Mei, Z. Liu, J. Shi, and D. Tian, "Theory for elastic wave scattering by a two-dimensional periodical array of cylinders : An ideal approach for band-structure calculations", *Physical Review B* 67, 245107 (2003)
- [11] M. Ke, Z. Liu, C. Qiu, W. Wang and J. Shi, "Negative-refraction imaging with two-dimensional phononic crystal", *Physical Review B* 72, 064306 (2005)
- [12] Z. He, Y. Heng, S. Peng, Y. Ding, M. Ke and Z. Liu, "Acoustic collimating beams by negative refraction in two dimensional phononic crystal", *J. of Applied Physics* 105, 116105 (2009).