

10ème Congrès Français d'Acoustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

Mesure de vitesse vibratoire par la méthode iPTF : simulation et expérimentation

Dorian Vigoureux¹, Nicolas Totaro¹, Jean-Louis Guyader¹

¹ Laboratoire Vibrations Acoustique, INSA Lyon

25 bis avenue Jean Capelle, F-69621 Villeurbanne Cedex

{dorian.vigoureux, nicolas.totaro, jean-louis.guyader}@insa-lyon.fr

Le but de cette étude est de valider une méthode d'identification des vitesses vibratoires d'une structure complexe à partir de mesures acoustiques. Elle s'appuie sur la formulation inverse de la méthode PTF (Patch Transfer Functions) et sur la mesure de la pression et de la vitesse particulaire du champ acoustique rayonné. Pour valider cette méthode, deux approches ont été mises en place : une approche paramétrique basée sur des calculs numériques et une approche expérimentale pour vérifier la validité de la méthode en conditions réelles.

La simulation numérique suit les étapes suivantes : (i) calcul du champ de vitesse vibratoire d'une plaque excitée par une force ponctuelle harmonique ; (ii) calcul de la pression et de la vitesse particulaire du champ acoustique rayonné ; (iii) identification de la vitesse vibratoire de la plaque à partir du champ acoustique et comparaison par rapport aux données initiales. Cette étude a permis de simuler des erreurs de mesure de manière à tester la sensibilité de la méthode par rapport à certains paramètres (bruit de mesure, erreurs de positionnement, etc.)

Dans un second temps, une expérimentation a été mise en place sur une guitare. Cette structure complexe a été excitée par bruit blanc et la vitesse de référence de la face arrière de la guitare a été mesurée au moyen d'un vibromètre laser à balayage. Les mesures des champs de pression et de vitesse ont été réalisées au moyen d'un capteur pression-vitesse. À partir de ces dernières mesures, les éléments suivants ont été identifiés : vitesse quadratique moyenne de la surface, cartographie de la vitesse vibratoire.

1 Introduction

1.1 Présentation

Plusieurs méthodes ont été développées dans le domaine audible pour la recherche de sources de bruit. Ces méthodes sont notamment utilisées lorsqu'il est impossible d'effectuer des mesures directes sur l'objet étudié (géométrie complexe) ou lorsque l'on souhaite prédire le bruit rayonné par l'objet. Parmi les principales méthodes de résolution du problème inverse en acoustique, on peut citer l'holographie acoustique en champ proche ou la méthode inverse par éléments de frontières.

La méthode d'holographie acoustique en champ proche (Nearfield Acoustical Holography, ou NAH), développée par J. D. Maynard [4] identifie le champ de vitesse vibratoire tridimensionnel de la source de vibrations à partir de la pression mesurée sur un hologramme proche de la source de vibrations. Cette méthode a néanmoins l'inconvénient de n'être applicable que sur des géométries simples (planes, cylindriques ou sphériques) et les phénomènes d'effets de bords imposent d'effectuer les mesures dans le champ proche de la source. La méthode inverse par éléments de frontières (inverse Boundary Elements Method, ou iBEM) est quant à elle basée sur l'évaluation numérique et l'inversion de matrices de transfert. Cette évaluation présente l'inconvénient de nécessiter des moyens de calculs numériques importants lorsque la complexité de

la structure et du volume acoustique augmente. Une méthode hybride [8] à été créée à partir des éléments des méthodes NAH et iBEM afin de repousser les limites de ces deux méthodes.

On présente dans cet article la méthode inverse par fonctions de transferts par patches (inverse Patch Transfer Functions, ou iPTF) introduite pour identifier la vitesse de vibration sur des surfaces complexes. Cette formulation inverse est basée sur la méthode directe PTF développée par M. Ouisse et N. Totaro [5, 7].

La méthode directe s'appuie sur le calcul d'impédances acoustiques pour prédire la pression acoustique à l'intérieur et à l'extérieur d'une cavité contenant des sources et des ouvertures et délimitée par des surfaces de différentes natures (figure 1). La méthode PTF introduit une sous-structuration du problème afin de limiter l'étendue des calculs numériques. Les sous-domaines acoustiques sont alors couplés par leurs surfaces communes divisées en surfaces élémentaires appelées *patches* servant au calcul des impédances.

Alors que la formulation directe permet de calculer la pression rayonnée à partir de la pression et de la vitesse, la méthode inverse s'appuie sur ces deux éléments. De fait, il convient de procéder à leur mesure sur une surface quelconque entourant la structure. Ceci permet alors de rendre utilisable la méthode iPTF lorsque les mesures classiques de vibration sont impossibles pour

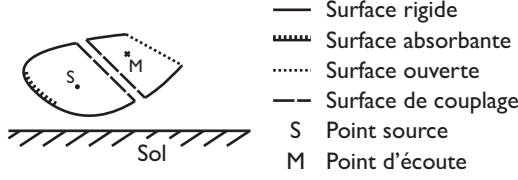


FIGURE 1 – Pose du problème acoustique direct

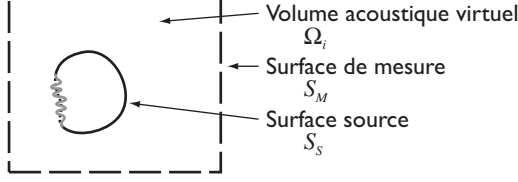


FIGURE 2 – Pose du problème acoustique inverse

des raisons d'accès à la surface de la structure. Par ailleurs, la méthode iPTF utilise la décomposition en éléments finis des volumes considérés. La base modale du domaine intérieur, utilisée pour le calcul des matrices d'impédances, est déterminée sur le maillage élément fini.

Le but de l'étude présentée dans cet article est de tester numériquement, dans un cas simple, la robustesse de la méthode (convergence des résultats, stabilité par rapport aux bruits de mesure, etc.) Dans un second temps, la mise en place d'une expérimentation a permis de tester la méthode dans un cas réel, sur une structure complexe.

1.2 Approche théorique

On rappellera dans cette section les équations fondamentales présentées par M. Aucejo [1, 2].

Dans l'application de la méthode iPTF, on considère une source de vibrations entourée par une surface de mesure. Le volume virtuel Ω_i , délimité par la réunion de la surface source S_S et des surfaces de mesures S_M , est utilisé comme base des calculs effectués (figure 2). Il faut bien comprendre que ce volume virtuel n'a aucune réalité physique mais constitue uniquement une base de calcul. Il faut alors résoudre dans ce volume virtuel le problème de Helmholtz respectant la condition aux limites inhomogène de Neumann. On peut alors écrire la formulation suivante :

$$\begin{cases} \Delta p(M) + k^2 p(M) = 0 & \forall M \in \Omega_i \\ \frac{\partial p}{\partial n}(M) = -i\omega\rho V_S \vec{n} & \forall M \in S_S \cup S_M \end{cases} \quad (1)$$

La méthode PTF permet de calculer la pression acoustique moyenne sur un patch j comme étant la superposition de la pression due aux vibrations des N_S patches de la surface source S_S et de l'influence des N_M patches de la surface virtuelle S_M .

$$\langle p_j \rangle = \sum_{k=1}^{N_S} Z_{jk} \langle v_k \rangle + \sum_{i=1}^{N_M} Z_{ji} \langle v_i \rangle \quad (2)$$

Soit, sous forme matricielle :

$$\{p_j\} = [Z_{jk}] \{v_k\} + [Z_{ji}] \{v_i\} \quad (3)$$

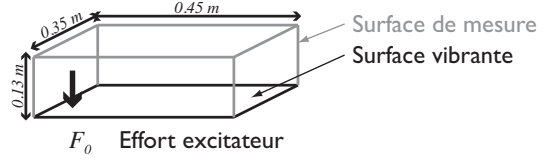


FIGURE 3 – Cas d'application numérique

où $\{p_j\}$ est la pression acoustique moyenne sur le patch j , $[Z_{jk}]$ est la matrice d'impédance entre un patch source k et le patch d'écoute j , $\{v_k\}$ est la vitesse normale moyenne sur le patch source k , $[Z_{ji}]$ est la matrice d'impédance entre un patch excité i et le patch d'écoute j , $\{v_i\}$ est la vitesse moyenne de couplage sur le patch i . Les matrices d'impédances sont obtenues par le calcul de la base modale d'une cavité rigide de forme identique au volume virtuel généré par $S_S \cup S_M$. Elles sont obtenues à l'aide des relations suivantes :

$$Z_{ji} = \sum_n \frac{i\omega\rho c^2 S_i}{\Lambda_n (\omega_n^2 - \omega^2 + i\eta_n \omega_n \omega)} \langle \phi_n \rangle_i \langle \phi_n \rangle_j \quad (4)$$

$$Z_{jk} = \sum_n \frac{i\omega\rho c^2 S_k}{\Lambda_n (\omega_n^2 - \omega^2 + i\eta_n \omega_n \omega)} \langle \phi_n \rangle_k \langle \phi_n \rangle_j \quad (5)$$

La formulation iPTF est obtenue par l'inversion de l'équation (3) :

$$\{v_k\} = [Z_{jk}]^{-1} (\{p_j\} - [Z_{ji}] \{v_i\}) \quad (6)$$

Dans cette formulation, seule la vitesse de la source $\{v_k\}$ est inconnue. En effet, les matrices d'impédances $[Z_{jk}]$ et $[Z_{ji}]$ sont calculées numériquement et les pression et vitesse de couplage $\{p_j\}$ et $\{v_i\}$ sont mesurées à l'aide d'une sonde pression-vitesse.

2 Simulation numérique

On étudie, dans cette partie, le comportement d'une plaque rectangulaire excitée par un effort harmonique ponctuel (figure 3). Un logiciel de simulation a été programmé afin de calculer les éléments suivants : (i) calcul du champ de vitesse vibratoire de la plaque ; (ii) calcul du champ de pression rayonné et du champ de vitesse particulière sur une surface fermée englobant la plaque ; (iii) identification de la vitesse vibratoire de la plaque à partir du champ acoustique calculé et comparaison par rapport au champ de vitesse vibratoire calculé à l'étape i.

Cette section détaille dans un premier temps les calculs effectués par le programme et montre leur validité par la comparaison avec un logiciel du commerce. Dans un second temps cet outil a été utilisé pour étudier la stabilité de la méthode iPTF à diverses perturbations telles que bruit de mesure, erreur de positionnement des capteurs, etc.

2.1 Rayonnement d'une plaque

Le calcul de rayonnement effectué par le programme s'appuie sur la formulation intégrale du problème de rayonnement de plaque. On calcule dans un premier temps la vitesse normale de la plaque (équation 7).

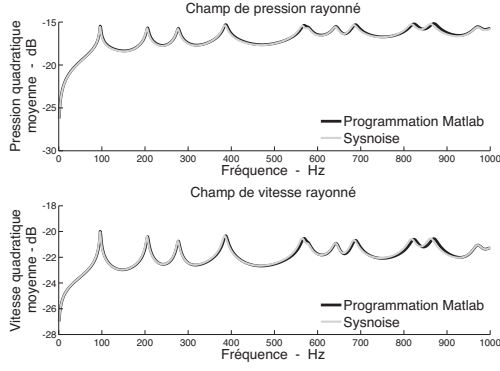


FIGURE 4 – Spectres des pressions et vitesses rayonnées par la plaque

Cette vitesse normale est ensuite utilisée pour calculer le champ acoustique de pression (équation 8) et de vitesse particulière (équation 9).

On donne l'équation (7) pour un patch source P_S en fonction des dimensions de la plaque L_x et L_y , de l'effort appliqué F_0 , de l'amplitude modale $A_{n_x n_y}$ et de la déformée modale $\phi_{n_x n_y}$. Les équations (8) et (9) sont données pour un patch de mesure P_M excité par l'ensemble des patches sources P_S en fonction de la fonction de Green G et de la distance entre le patch de mesure et le patch source r

$$V_S = \sum_{n_x, n_y} \frac{4i\omega_0}{L_x L_y \rho h} \cdot \frac{-F_0 A_{n_x n_y} \Phi_{n_x n_y}}{\omega_{n_x n_y}^2 - \omega_0^2 + i\eta \omega_{n_x n_y} \omega_0} \quad (7)$$

$$P_M = i\omega_0 \rho \sum_S V_S \cdot G \cdot S_S \quad (8)$$

$$V_M = \sum_S V_S \cdot \frac{\partial G}{\partial r} \cdot \left(\frac{\partial r}{\partial x} x_M + \frac{\partial r}{\partial y} y_M + \frac{\partial r}{\partial z} z_M \right) \cdot S_S \quad (9)$$

2.2 Validation du calcul

Les résultats calculés par le programme réalisé ont été comparés avec ceux obtenus par un solveur commercial permettant de résoudre le problème direct. Les cartographies de pression et de vitesse ont été comparées, ainsi que les courbes de pression et vitesse quadratiques moyennées sur la surface de mesure. On ne présente sur la figure (4) que les pressions et vitesses quadratiques moyennes. Ces résultats démontrent la validité du calcul direct effectué.

2.3 Rétropropagation

Le calcul de rétropropagation est effectué selon l'équation (6) à partir des valeurs de pression et de vitesse calculées. On compare alors la vitesse quadratique moyenne rétropropagée à la vitesse quadratique moyenne calculée selon l'équation (7) (figure 5) ainsi que les champs de vitesse rétropropagés et référence (figure 6).

La résolution du problème inverse nécessite l'inversion de la matrice d'impédances $[Z_{jk}]$ (équation 6). Cette matrice est parfois mal conditionnée et il est nécessaire de faire appel à des techniques de

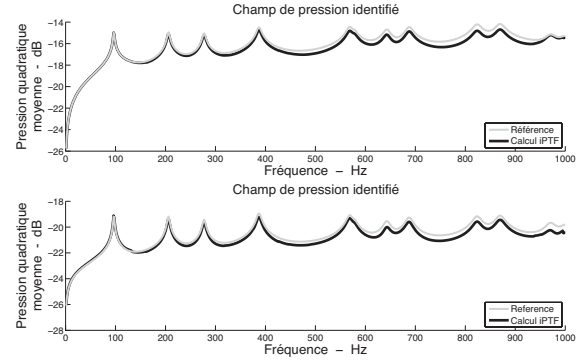


FIGURE 5 – Comparaison des spectres des pressions et vitesses simulées et identifiées sur la plaque

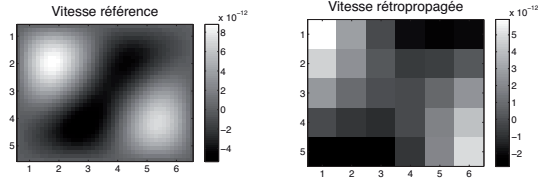


FIGURE 6 – Cartographie du champ de vitesse simulé (à gauche) et rétropropagé (à droite) sur la plaque à 312 Hz

régularisation pour améliorer l'inversion. Dans cet article, une régularisation par troncature des valeurs singulières a été utilisée. Le paramètre de régularisation a été ajusté à l'aide de la courbe en L présentée par Q. Leclère [3].

2.4 Simulation d'erreurs de mesure

Il est fait état, dans ce paragraphe, de la stabilité de la méthode IPTF face à des erreurs de mesure telles que bruit de fond ou mauvais positionnement des capteurs. L'influence de ces erreurs a été étudiée tant sur les valeurs quadratiques moyennes que sur leur répartition spatiale.

L'erreur est modélisée en suivant la relation (10) présentée dans les travaux de C. Pezerat [6].

$$X_b = \alpha X_c + \eta \quad (10)$$

Dans cette relation, le signal original X_c est modifié par une erreur multiplicative α et une erreur additive η . Ces deux valeurs complexes sont tirées de manière aléatoire en suivant une loi normale dont les paramètres μ et σ peuvent être ajustés.

Puisque nous utilisons ici les deux informations de pression et de vitesse, le premier test réalisé a été de constater la prédominance de l'une de ces deux données dans la précision du calcul IPTF. Ainsi, les mêmes paramètres d'erreur ont été ajoutés successivement à la pression puis à la vitesse et ont conduit au résultat présenté en figure (7) sur laquelle on peut constater qu'une erreur sur la pression pénalise l'estimation de la pression tandis qu'une erreur sur la vitesse pénalise l'estimation de la vitesse. On précise par ailleurs (équation 11) les paramètres utilisés pour ajouter l'erreur.

$$\begin{aligned} \mu_\alpha &= 1 & \sigma_\alpha &= 1 \\ \mu_\beta &= 0 & \sigma_\beta &= 5 \end{aligned} \quad (11)$$

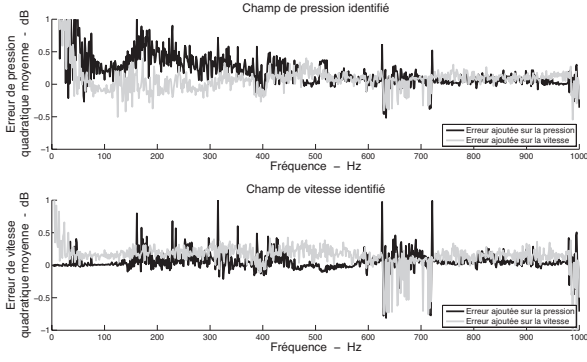


FIGURE 7 – Erreur sur l’estimation des spectres des pression et vitesse identifiées avec des mesures bruitées de la pression ou de la vitesse

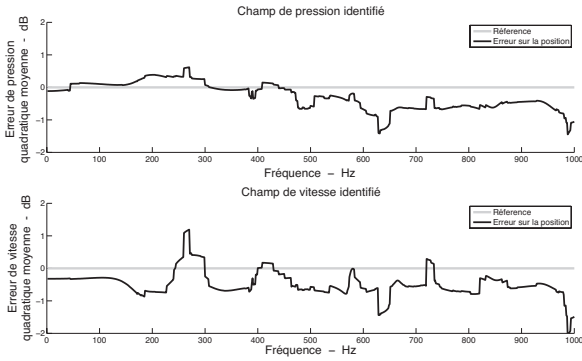


FIGURE 8 – Erreur sur l’estimation des spectres des pression et vitesse identifiées avec des mesures de pression et de vitesse mal localisées

Compte-tenu de ces paramètres exagérément forts par rapport à ce que l’on pourrait observer dans la pratique, l’on peut conclure que la méthode iPTF dispose d’une grande stabilité par rapport aux erreurs de bruit de mesure.

Dans un second temps, il a été question de savoir quelle pouvait être l’influence d’une erreur dans le positionnement du capteur de pression-vitesse lors de la mesure du champ rayonné. Pour ce faire, une erreur, telle que modélisée dans l’équation (10) a été ajoutée aux positions utilisées pour la calcul direct lors de l’étape *ii* de la simulation. On a ici utilisé les paramètres indiqués à l’équation (12) qui ont conduit aux résultats présentés à la figure (8).

$$\begin{aligned} \mu_\alpha &= 1 & \sigma_\alpha &= 0.1 \\ \mu_\beta &= 0 & \sigma_\beta &= 0.5 \end{aligned} \quad (12)$$

Compte-tenu des dimensions de la cavité, les paramètres utilisés ici correspondent à une variation de plusieurs centimètres sur la position du capteur. Un tel déplacement n’engendrant qu’une erreur de 2 dB, nous pouvons conclure que la méthode iPTF dispose d’une grande stabilité face aux erreurs de positionnement des capteurs.

En utilisant toujours les mêmes erreurs que précédemment (équations 11 et 12), on s’intéresse maintenant à la cartographie du champ de vitesse de vibration de la plaque. L’étude des quatre cartographies

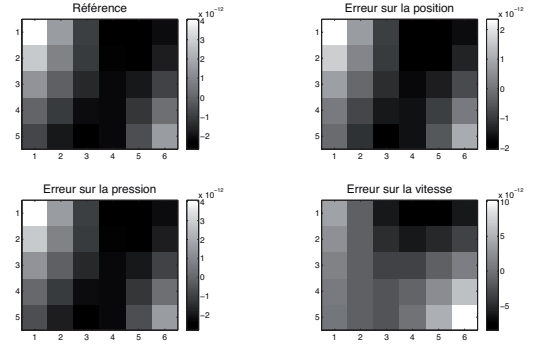


FIGURE 9 – Cartographies des champs de vitesse sur la plaque à 312 Hz lors d’erreur de mesures

présentées sur la figure (9) permet de constater qu’une erreur sur la position des capteurs ou une erreur sur la mesure de la pression acoustique n’est pas trop restrictive pour la localisation de vitesses de vibrations. En revanche, une erreur sur la mesure de la vitesse particulière modifie un peu la cartographie du champ de vitesses.

On met ici en avant l’un des atouts de la méthode iPTF dû au fait qu’elle utilise la double information de pression et de vitesse. Outre le fait qu’elle soit indépendante du champ acoustique environnant [2], l’utilisation en parallèle de l’information de pression et de vitesse agit comme un contrôle de la qualité de ces deux données et contribue à la robustesse de la méthode.

2.5 Influence du maillage de patches

La célérité des ondes de flexion dans une plaque peut être exprimée par la relation (13).

$$c_f = \sqrt[4]{\frac{D}{\rho h}} \sqrt{\omega} \quad (13)$$

où D est la rigidité de la plaque, ρ sa masse volumique, h son épaisseur et ω la pulsation. Ainsi, à 1 kHz, pour trois plaques d’épaisseur différentes (1, 3 et 10 mm), nous calculons la célérité de flexion

$$c_{f1} = 313 \text{ m/s} \quad c_{f3} = 171 \text{ m/s} \quad c_{f10} = 99 \text{ m/s}$$

qui nous permet de calculer la longueur d’onde de structure à 1 kHz

$$\lambda_{s1} = 0.313 \text{ m} \quad \lambda_{s3} = 0.171 \text{ m} \quad \lambda_{s10} = 0.099 \text{ m/s}$$

Dans la simulation effectuée, le maillage a été défini de façon à ce que le côté du patch soit de 0.05 m. On constate ainsi que le maillage respecte un critère en $\lambda_s/6$ pour la plaque de 10 mm d’épaisseur, $\lambda_s/3$ pour la plaque de 3 mm d’épaisseur et $\lambda_s/2$ pour la plaque de 1 mm d’épaisseur.

Les résultats de l’identification pour les trois plaques sont présentés sur la figure (10). Le critère $\lambda_s/6$ conduit au meilleur résultat sur toute la gamme de fréquences étudiée. Le critère $\lambda_s/2$ est le plus dégradé. Les résultats obtenus ne sont correctes que jusqu’au tiers de la bande de fréquences. Pour des raisons de simplification du calcul, un critère en $\lambda_s/4$ pourra être utilisé afin de réduire le volume de données sans pour autant dégrader de façon trop important la qualité des résultats.

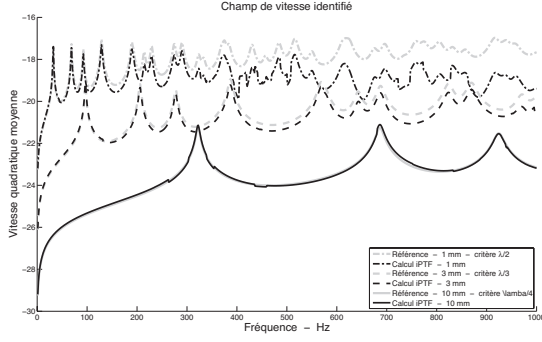


FIGURE 10 – Spectres des pressions et vitesses identifiées en fonction de l'épaisseur de la plaque

3 Expérimentation

Une expérimentation a été mise en place afin de retrouver pratiquement les résultats obtenus par l'étude numérique présentée dans la section précédente. On présentera dans un premier temps le protocole expérimental utilisé. Ensuite de quoi nous nous attacherons à montrer les résultats obtenus pour l'identification du champ de vitesse de vibration de la structure, aussi bien en terme de vitesse quadratique moyenne qu'en localisation.

3.1 Protocole expérimental

L'idée de cette manipulation est de procéder à l'excitation solidienne d'une guitare acoustique. Celle-ci est donc appuyée en trois points et mise en vibration au moyen d'un pot vibrant collé à sa face inférieure. On mesure dans un premier temps la pression acoustique et la vitesse particulière aux environs directs de la surface supérieure de la guitare. Cette première mesure est par la suite utilisée comme mesure de référence pour les cartographies tracées. On effectue ensuite une mesure sur une surface fermée virtuelle englobant la guitare et le pot vibrant. Les mesures effectuées sur cette surface fermée sont alors utilisées comme paramètres d'entrée pour le calcul iPTF. À l'issue du calcul iPTF, nous obtenons les spectres de pression et de vitesse quadratique moyenne ainsi que les cartographies sur toutes les surfaces de la guitare, y compris celles qui nous étaient inaccessibles à la mesure (surface inférieure notamment).

3.2 Résultats

Les premiers résultats pour la vitesse quadratique moyenne de vibration de la surface supérieure de la caisse de la guitare sont présentés en figure (11) et les cartographies du champ de vitesse de surface sont représentées en figure (12).

On constate, sur le spectre de vitesse, que les résultats obtenus sont un peu moins bons que ceux obtenus lors de la simulation numérique. Plusieurs raisons peuvent justifier cet écart, notamment celle présentée au paragraphe 2.5. La célérité des ondes de flexion dans la guitare étant difficile à estimer, il a été difficile de spécifier le maillage de manière à ce qu'il respecte un critère par rapport à la longueur d'onde de structure. De fait, le maillage a été choisi de façon à ce que ses

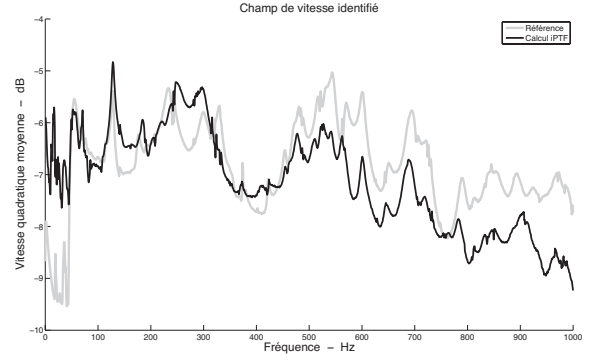


FIGURE 11 – Spectre de la vitesse identifiée sur la guitare

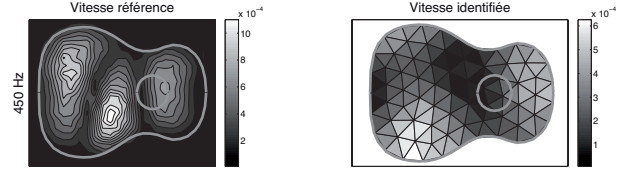


FIGURE 12 – Cartographie des champs de vitesse sur la surface supérieure de la guitare

éléments aient un côté de 0.05 m. En se basant sur les cartographies obtenues, nous pouvons, à partir de la distance séparant les ventres de vibration, estimer la célérité des ondes de flexion dans le bois (relation 14). Nous retrouvons alors le critère utilisé pour le maillage en utilisant la taille du patch d (relation 15).

$$c_f = \lambda_s f \quad (14)$$

$$\kappa = \frac{\lambda_s}{c/df} \quad (15)$$

Sur la totalité de la bande de fréquence étudiée, nous trouvons, à 1 kHz, le critère

$$\kappa_{1000Hz} = \lambda_s/3$$

Ainsi, comparativement aux résultats présentés au paragraphe 2.5, il est logique que les résultats obtenus par la méthode iPTF décrochent de la réalité à partir de la moitié de la bande de fréquence étudiée.

On peut par ailleurs supposer que, compte-tenu de la finesse des parois de la guitare, celle-ci doit être très peu rayonnante et qu'une certaine part du champ émis peu constitué d'ondes évanescentes non perçues à la distance de mesure. Ce qui peut avoir introduit une erreur dans l'identification du champ de vitesse. Malgré ces éléments le résultat est donné avec une erreur de 1 dB seulement et permet toujours de donner l'information des fréquences propres de la structure. De la même manière, on constate sur les cartographies que la localisation est parfois moins précise. L'ordre de grandeur de l'amplitude de vibration est toutefois respecté. Une meilleure connaissance des paramètres évoqués précédemment permettra d'améliorer encore la précision de la méthode iPTF.

Références

- [1] Aucejo M., Totaro N., Guyader J.-L., "Identification of source velocities with Inverse Patch Trans-

- fer Functions method", *Acoustics'08 : Journal of the Acoustical Society of America*, 123 (5), (2008)
- [2] Aucejo M., Totaro N., Guyader J.-L., "Identification of source velocities in presence of external correlated sources with the inverse patch transfer functions (IPTF) method", *Novem 2009*, (2009)
 - [3] Leclerc Q., "Étude et développement de la mesure indirecte d'efforts - application à l'identification des sources internes d'un moteur diesel", *Rapport de Thèse*, INSA de Lyon, Lyon, (2003)
 - [4] Maynard J. D., Williams E. G., Lee Y., "Nearfield Acoustical Holography : I. Theory of generalized holography and the development of NAH", *Journal of the Acoustical Society of America*, 78 (4), 1395-1413, (1985)
 - [5] Ouisse M., Maxit L., Cacciolati C., Guyader J.-L., "Patch Transfert Function as a tool to couple linear acoustic problems", *Journal of Vibration and Acoustics*, 127 (5), 458-466, (2005)
 - [6] Pezerat C., Guyader J.-L., "Force Analysis Technique : Reconstruction of Force Distribution on Plates", *Acte Acustica*, 86, 322 - 332, (2000)
 - [7] Totaro N., Andro B., Péteul C., Guyader J.-L., "Extension of the Patch Transfert Functions method (PTF method) to high frequency domain (sub-cavities decomposition)", *Inter-Noise*, Istanbul, Turquie, (2007)
 - [8] Wu S. F., "Hybrid near-field acoustic holography", *Journal of the Acoustical Society of America*, 115 (1), 207-217, (2004)