

Evaluation de deux méthodes d'imagerie acoustique en milieu bruité

Y. Braikia¹, C. Langrenne², M. Melon³, A. Garcia⁴, E. Bavu⁵

¹ yacine.braikia@cnam.fr ² christophe.langrenne@cnam.fr ³ manuel.melon@cnam.fr

⁴ alexandre.garcia@cnam.fr ⁵ eric.bavu@cnam.fr

Conservatoire National des Arts et Métiers, 292 rue Saint Martin, 75141 Paris Cedex 3, France

L'amélioration du confort acoustique dans les habitacles des véhicules de transport individuel ou collectif constitue une préoccupation importante des industriels des domaines ferroviaire et routier. L'holographie acoustique permet d'explorer le champ proche des sources acoustiques ; l'objectif est de localiser et quantifier les sources de bruit. Dans ce cadre, deux méthodes sont ici étudiées : SONAH (Statistically Optimal Nearfield Acoustical Holography) et FSM (Field-Separation Method). Dans la gamme de fréquence s'étendant de 300 à 4000 Hz, les méthodes sont testées en simulation afin d'étudier leurs performances, en déterminant et en analysant les erreurs relatives de prédiction de la pression et de la vitesse acoustique par rapport au champ théorique. Ainsi les avantages et limites de chacune sont précisées.

1 Introduction

L'holographie acoustique est longement utilisée pour localiser et quantifier des sources acoustiques [1, 2].

La pression acoustique en champ proche est mesurée, et rétropropagée sur le plan des sources. La méthode classique NAH (Near-field Acoustic Holography), conduit à la résolution d'un problème inverse dans le domaine des nombres d'ondes, par une transformée de Fourier bidimensionnelle du champ acoustique spatial, en décomposant le champ en une superposition d'ondes propagatives et évanescentes.

L'utilisation dans l'espace des nombres d'onde d'un propagateur mathématique, permet de rétropropager chaque composante du champ acoustique vers les sources, mais sans précaution cela a des conséquences néfastes sur l'image résultante [3, 4]. En effet l'amplification exponentielle des ondes évanescentes, lors de la rétropropagation, compromet la localisation des sources [5].

La méthode SONAH (Statistically Optimal Near field Acoustical Holography) est une variante de la méthode classique NAH [6, 7], qui présente l'avantage de réaliser la rétropropagation du champ non pas dans le domaine des nombres d'onde, mais directement dans le domaine spatial [8]. Cela permet d'éviter les effets de troncature liés à l'utilisation des transformées de Fourier.

Dans le cas d'un milieu confiné, la méthode FSM (Field Separation Method) présente l'avantage de séparer les champs convergents et divergents sur une surface entourant la source [9]. Ainsi les bruits perturbateurs sont soustraits des mesures et les conditions de mesures en champ libre sont rétablies. Sa mise en oeuvre basée sur une décomposition en harmoniques sphériques des champs rayonnés [10, 11, 12] permet de simplifier les calculs.

Des simulations ont été réalisées pour chacune des deux méthodes (SONAH et FSM), et les erreurs rela-

tives de prédiction de la pression et de la vitesse acoustique par rapport au champ théorique sont estimées puis discutées pour différentes configurations des sources.

2 Présentation des méthodes

2.1 SONAH (Statistically Optimal Near field Acoustical Holography)

La méthode consiste à mesurer la vitesse des particules et la pression acoustique à l'aide d'une grille constituée de sondes p-p ou p-v (plan de mesure), et de rétropropager ainsi le champ mesuré sur un plan de prédiction, qui se trouve entre la source sonore et le plan de mesure comme le montre la figure 1 :

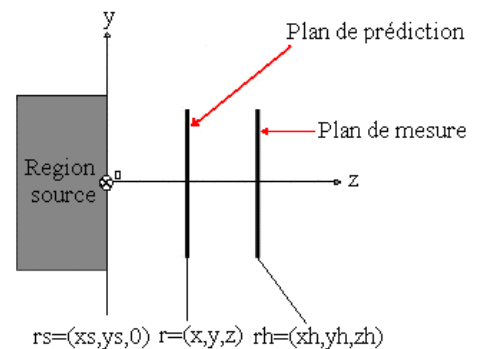


FIGURE 1 – Positions de la source sonore et des plans.

où r_s est la position de la source sonore, z_h la position du plan de mesure où la vitesse des particules et la pression acoustique sont mesurées, et r la position du plan de prédiction.

L'estimation de la composante normale des vitesses des particules et de la pression acoustique à une position arbitraire $r(x, y, z)$ entre le plan de la source sonore et le

plan de mesure est exprimée comme la somme pondérée des vitesses des particules et des pressions acoustiques mesurées en N positions $(r_h(x_h, y_h, z_h))$ dans le plan de mesure :

$$u_z(r) \simeq \sum_{n=1}^N C_n(r) u_z(r_{h,n}) = u_z^T(r_h) c(r) \quad (1)$$

$$p(r) \simeq \sum_{n=1}^N C_n(r) p(r_{h,n}) = p^T(r_h) c(r) \quad (2)$$

où $u_z^T(r_h)$ et $p^T(r_h)$ sont les vecteurs des vitesses des particules et des pressions acoustiques mesurées aux différentes positions dans le plan de mesure, et $c(r)$ est un vecteur colonne contenant les coefficients d'estimation à chaque position des transducteurs. Ces coefficients d'estimation sont fonction de la position et ne dépendent pas du champ sonore, ainsi $c(r)$ est le même, que l'on calcule les vitesses des particules sur le plan de prédiction à partir des vitesses mesurées sur le plan de mesures, ou les pressions acoustiques sur le plan de prédiction à partir des pressions mesurées sur le plan de mesure.

Le vecteur de transfert $c(r)$, contenant tous les coefficients, est déterminé sur l'ensemble infini des ondes propagatives et évanescentes en fonction du module (k_x, k_y) :

$$\phi_{k_m}(r) = e^{-j(k_{x,m}x + k_{y,m}y + k_{z,m}z)} \quad m = 1..M; M \rightarrow \infty \quad (3)$$

Un ensemble discret de coefficients doit être déterminé pour toutes les ondes élémentaires entre les deux plans :

$$\phi_{k_m}(r) \simeq \sum_{n=1}^N c_n(r) \phi_{k_m}(r_{h,n}) \quad (4)$$

$\phi_{k_m}(r_{h,n})$ est la $m^{\text{ème}}$ onde élémentaire à la $n^{\text{ième}}$ position du point de mesure. L'ensemble des coefficients est déterminé sans aucune information sur le champ sonore, seule les localisations des points sur le plan de mesure et sur le plan de calcul est supposée connue. Les ondes sont projetées du plan de mesure par rapport au plan de calcul, et ce, en satisfaisant les équations (1,2,4). Le problème est un système d'équations, sur-déterminé car $M > N$ (M est infini et N est le nombre de point de mesure sur le plan). Le système est écrit en termes de vecteur et de matrices :

$$[A]_{mn} = \phi_{k_m}(r_{h,n}) \quad (5)$$

$$[\alpha]_m = \phi_{k_m}(r) \quad (6)$$

où A est une matrice $M \times N$ qui dépend de la position du plan de mesure, et α est un vecteur colonne de M éléments dépendant des positions dans le plan de calcul. Le système linéaire d'équations :

$$\alpha \simeq A.c \quad (7)$$

Et conduit au calcul de $c(r)$ (vecteur colonne contenant les coefficients d'estimation à chaque position des

transducteurs), en considérant le système d'équations suivant :

$$A^\dagger A c = A^\dagger \alpha \quad (8)$$

où $A^\dagger$ est la transposée conjuguée de A . La matrice A possède un nombre infini de ligne, car il existe un nombre infini d'ondes, $A^\dagger A$ est une matrice de $N \times N$ éléments et $A^\dagger \alpha$ est un vecteur de N éléments. Les éléments de ces matrices sont donnés sous une forme discrète par les équations (9,10).

$$[A^\dagger A]_{nn'} = \sum_{m=1}^M \phi_{k_m}^*(r_{h,n}) \phi_{k_m}(r_{h,n'}) \\ = \frac{1}{\pi k^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_k^*(r_{h,n}) \phi_k(r_{h,n'}) dk_x dk_y \quad (9)$$

$$[A^\dagger \alpha]_n = \sum_{m=1}^M \phi_{k_m}^*(r_{h,n}) \phi_{k_m}(r) \\ = \frac{1}{\pi k^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_k^*(r_{h,n}) \phi_k(r) dk_x dk_y \quad (10)$$

où πk^2 est égale à l'aire du cercle des propagatives dans le plan de (k_x, k_y) . Les intégrales dans les équations (9,10) correspondent à la sommation d'un nombre infini d'ondes élémentaires.

Les éléments de $A^\dagger A$ et de $A^\dagger \alpha$, sont données par les équations (11, 12) [13] :

$$[A^\dagger A]_{nn'} = \frac{J_1(kR_{nn'})}{kR_{nn'}} + \frac{1}{(2kz_h)^2} \\ \times \int_0^{+\infty} J_0 \left(kR_{nn'} \sqrt{1 + \frac{t^2}{(2kz_h)^2}} \right) te^{-t} dt \quad (11)$$

$$[A^\dagger \alpha]_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-jk \cos \theta (z - z_h)} J_0(kR_n \sin \theta) \sin \theta \cos \theta d\theta \\ + \frac{1}{k^2(z + z_h)^2} \\ \times \int_0^{+\infty} J_0 \left(kR_n \sqrt{1 + \frac{t^2}{k^2(z + z_h)^2}} \right) te^{-t} dt \quad (12)$$

où $R_{nn'} = |r_{x_h, y_h, n} - r_{x_h, y_h, n'}|$ est la distance entre les transducteurs dans le plan de mesure, $R_n = |r_{x_h, y_h, n} - r_{x_h, y_h}|$ est la distance entre le capteur dans le plan de mesure et le point de calcul dans le plan de prédiction x-y. L'expression de la matrice de transfert contenant les coefficients $c(r)$ est donnée par l'équation (13) :

$$c(r) = (A^\dagger A + \theta^2 I)^{-1} A^\dagger \alpha(r) \quad (13)$$

Cette inversion a été régularisée par le paramètre θ sur la diagonale de $A^\dagger A$ (problème mal posé).

L'expression (13) est connue comme la régularisation de Tikhonov dans sa forme standard.

Le paramètre de régularisation est généralement relié au rapport signal sur bruit SNR par l'expression (14) :

$$\theta^2 = [A^\dagger A]_{nn} \cdot 10^{-\frac{SNR}{10}} \quad (14)$$

Il est alors possible à partir des équations (11,12,13,14) d'estimer la composante normale de la vitesse des particules et la pression acoustique sur le plan de prédiction, à partir des équations (15,16) :

$$u_z(r) = u_z^T(r_h)(A^\dagger A + \theta^2 I)^{-1} A^\dagger \alpha(r) \quad (15)$$

$$p(r) = p^T(r_h)(A^\dagger A + \theta^2 I)^{-1} A^\dagger \alpha(r) \quad (16)$$

2.2 FSM (Field Separation Method)

La méthode permet de calculer le champ de pression rayonné par une source sonore dans un environnement confiné. La géométrie considérée est montrée sur la figure 2 :

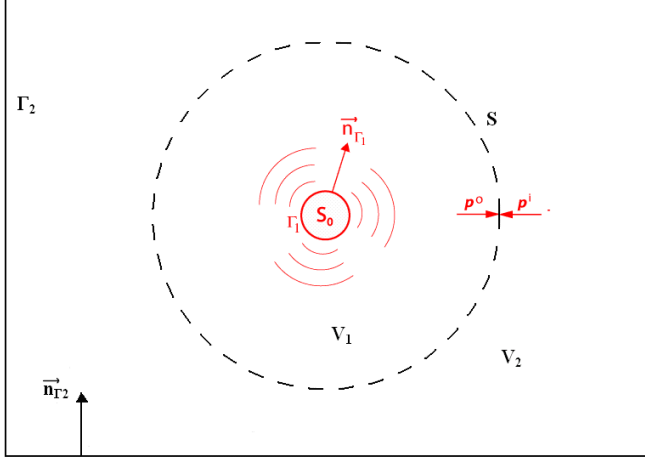


FIGURE 2 – Géométrie du problème.

où l'on a noté : Γ_1 la frontière physique de la source sonore S_0 à caractériser, V_1 le volume délimité par la surface Γ_1 , S la surface de mesure, V_2 le volume délimité par la surface de mesure S et les parois de la chambre Γ_2 . La méthode FSM permet de séparer sur la surface de mesure S , la contribution du champ direct émis par la source S_0 , et celle du champ réverbéré par les parois de la chambre Γ_2 , à partir des pressions et vitesses mesurées sur la surface S . On a en tout point de S :

$$p(r) = p^o(r) + p^i(r) \quad (17)$$

avec $p(r)$ la pression mesurée sur la surface de mesure S , $p^i(r)$ la pression réfléchiée par les limites de la chambre Γ_2 , et $p^o(r)$ le champ de pression sortant, qui est la superposition du champ libre $p^f(r)$ et du champ diffracté $p^s(r)$ sur la surface de la source sonore :

$$p^o(r) = p^f(r) + p^s(r) \quad (18)$$

La résolution du problème extérieur, dans V_2 , permet de séparer le champ divergent du champ convergent :

$$p^o(r) = \int_S [p(s') \partial_n G(r, s') - G(r, s') \partial_n p(s')] dS \quad (19)$$

Pour calculer le champ divergent à partir de l'équation (19), il est commode de décomposer les vitesses, les pressions et les fonctions de Green sur la base des harmoniques sphériques. Ainsi, le champ divergent est donné par l'expression (20) :

$$p^o(r) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n a_{mn} h_n^{(1)}(kr) Y_{nm}(\theta_x, \varphi_x) \quad (20)$$

avec :

$$a_{mn} = ik^2 s^2 [\alpha_{mn} j'_n(ks) - i\rho_0 c \beta_{nm} j_n(ks)] \quad (21)$$

et

$$Y_{pq}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2p+1}{4\pi} \cdot \frac{(p-|q|)!}{(p+|q|)!}} P_p^{|q|} \cos(\theta) e^{iq\varphi} \quad (22)$$

où θ_x est la colatitude et ϕ_x la longitude, $Y_{nm}(\theta_x, \varphi_x)$ sont les fonctions harmoniques sphériques normalisées, et les coefficients α_{mn} et β_{nm} sont des constantes complexes, liées aux décompositions de la vitesse et de la pression sur S .

3 Simulation

3.1 Simulation méthode SONAH

Le but des simulations est de calculer les composantes normales des vitesses des particules et les pressions acoustiques sur le plan de prédiction, à partir des mesures réalisées sur le plan de mesure (voir Figure 1), afin de tester la robustesse des méthodes en espace confiné. La première simulation consiste à calculer le champ acoustique d'un monopole positionné à l'origine, en 36 (6×6) points du plan de mesure. La distance entre chaque point est de 5 cm, et le plan de mesure est placé à 6 cm de la source sonore. La méthode SONAH est alors utilisée pour calculer les vitesses des particules et les pressions acoustique pour la gamme de fréquence de 300 à 4000 Hz, sur 100 (10×10) points dans le plan de prédiction. L'erreur relative en dB, par rapport aux valeurs théoriques calculées sur le plan de prédiction, est obtenue par :

$$L_{error-u} = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{\sum_{n=1}^N |\tilde{u}_n - u_n|^2}{\sum_{n=1}^N |\tilde{u}_n|^2} \right) \quad (23)$$

$$L_{error-p} = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{\sum_{n=1}^N |\tilde{p}_n - p_n|^2}{\sum_{n=1}^N |\tilde{p}_n|^2} \right) \quad (24)$$

Les erreurs relatives sont représentées sur la figure 3 :

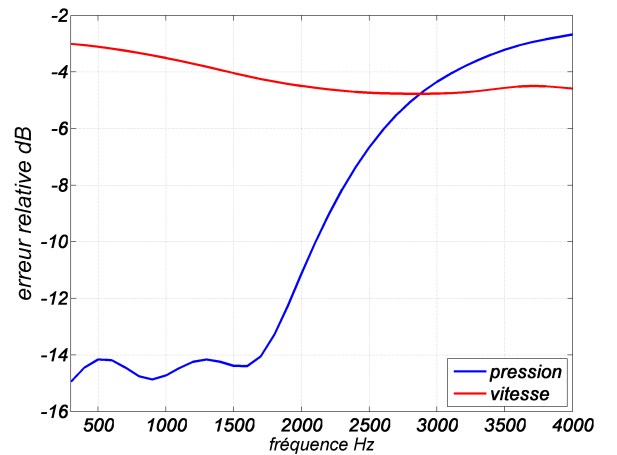


FIGURE 3 – Erreur relative de prédiction de la vitesse des particules et de la pression acoustique (SONAH).

On constate que l'erreur relative de prédiction est plus élevée pour la vitesse des particules que pour la

pression acoustique jusqu'à 2800 Hz, puis c'est l'inverse, et les erreurs relatives sont comprises entre -3 dB et -5 dB. Dans la deuxième simulation, il est adjoint au premier monopôle un deuxième monopôle afin de perturber les mesures, et ainsi évaluer la robustesse des méthodes. Ce monopôle est positionné en aval du plan de mesure, à la position $r_p(-0.05, 0, z_p)$, où z_p prend respectivement les valeurs (0.1, 0.2, 0.4, 0.8, et 1). Les erreurs relatives de prédiction des vitesses des particules et des pressions acoustiques pour chaque position du monopôle perturbateur sont représentées sur les figures (4) et (5) :

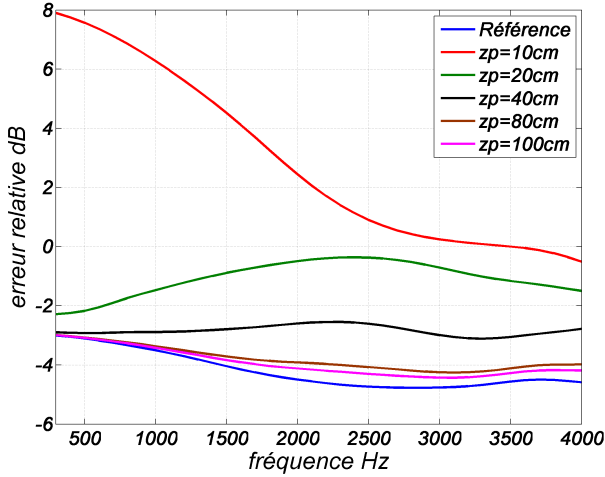


FIGURE 4 – Erreur relative de prédiction de la vitesse des particules avec source perturbatrice (SONAH).

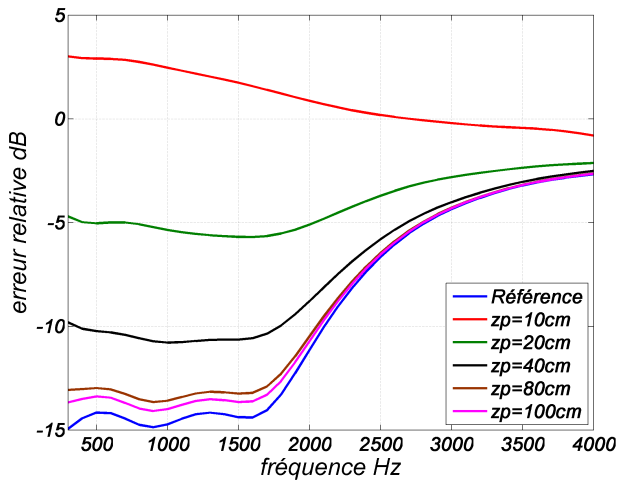


FIGURE 5 – Erreur relative de prédiction de la pression acoustique avec source perturbatrice (SONAH).

Il apparaît que lorsque la source perturbatrice est proche du plan de mesure, la rétropropagation du champ acoustique sur le plan de prédiction se fait avec une erreur relative importante (+10 dB). Cependant, lorsque la source perturbatrice se situe à 0,74 m du plan de mesure ($z_p=0,8\text{m}$), l'effet de la perturbation n'est plus ressenti. Une autre simulation a été réalisée en décalant la même source perturbatrice de 0,125 cm du plan de mesure ($r_p(-0.25, 0, z_p)$, où z_p prend respectivement les valeurs 0.1, 0.2, 0.4, 0.8 et 1). Elle montre que lorsque la source perturbatrice est proche du plan de

mesure ($z_p = (0.1, 0.2)$), les projections du champ par la méthode SONAH ne sont pas perturbées par la présence de la source perturbatrice.

3.2 Simulation méthode FSM

La méthode FSM sépare les champs convergent et divergent à partir de mesures sur une surface contenant la source. Dans notre cas, la surface entourant la source est une antenne hémisphérique de 15 cm de rayon, constituée de 32 sondes p-v (figure 6) :

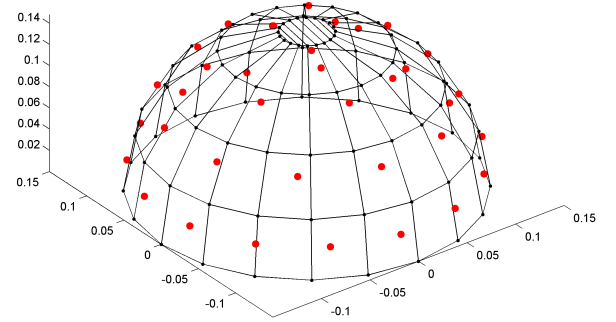


FIGURE 6 – Plan de l'antenne hémisphérique utilisée dans la simulation pour la méthode FSM. (points rouges représentent les positions des sondes p-v)

La simulation numérique consiste à positionner un premier monopôle à l'origine et un deuxième en $r_p(-0.25, 0, z_p)$ afin de perturber les mesures (z_p prend respectivement les valeurs de 0.1, 0.2, 0.4, 0.8, et 1). L'erreur relative des valeurs du champ reconstruit, par rapport au champ théorique résultant de la seule source positionnée à l'origine, est calculée par la méthode FSM en appliquant les équations (23, 24). Les résultats obtenus sont représentés sur les figures (7) et (8) :

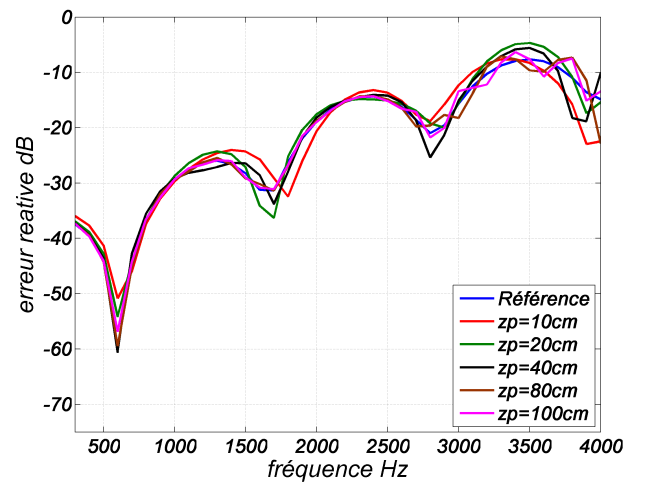


FIGURE 7 – Erreur relative de calcul des vitesses des particules (FSM).

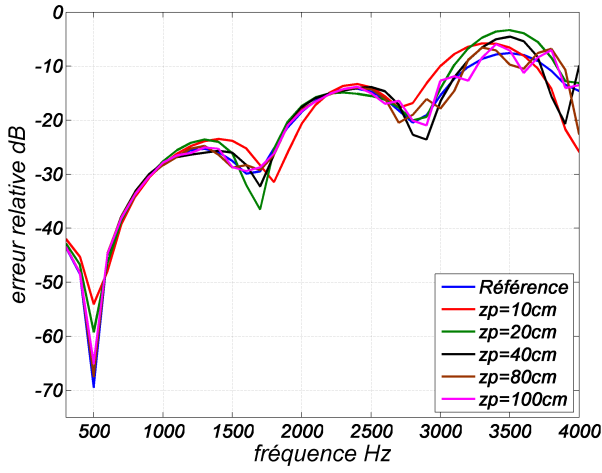


FIGURE 8 – Erreur relative de calcul des pressions acoustique (FSM).

qui font ressortir que la méthode FSM sépare le champ convergent (source perturbatrice) du champ divergent (rayonnement par la source sonore) pour les différentes positions du monopôle perturbateur avec une faible erreur. Au-delà de 2700 Hz, l'erreur augmente du fait de l'ordre minimal de décomposition choisi, pour lequel la précision des résultats ne sera pas satisfaisante ;

$$ka = n \quad (25)$$

avec k le nombre d'onde, a le rayon de l'antenne hémisphérique, et n le ordre de décomposition des harmoniques sphériques.

4 Conclusion

Les simulations des méthodes SONAH et FSM révèlent leurs limites dans la quantification et la localisation des sources sonores en champ perturbé.

Dans la gamme de fréquence étudiée entre 300 Hz et 2800 Hz, la méthode SONAH permet de localiser les sources sonores avec une bonne précision.

Cependant, en présence d'une source perturbatrice proche du plan de mesure, cette méthode est sensible aux perturbations.

Les simulations révèlent que la rétropropagation sur-estime la vitesse et sous estime la pression par rapport aux valeurs théoriques, et globalement la méthode SONAH sous évalue les puissances de sources.

La méthode FSM permet, quant à elle, de séparer les champs convergent et divergent sur la surface de mesure (antenne hémisphérique), et permet d'accéder à la puissance acoustique de la source.

Les résultats obtenus lors des simulations des deux méthodes FSM et SONAH sont représentés dans le tableau 1 :

	SONAH	FSM
Temps de calcul	[30 – 360]min	20 s
Erreur relative de la prédiction :		
Vitesses	$[-5dB - 3dB]$	$[-70dB - 4dB]$
Pressions	$[-15dB - 2dB]$	$[-60dB - 2dB]$
rétropropagation	Oui	Non
Déconfinement	Non	Oui

TABLE 1 – Comparaison des deux méthodes

Références

- [1] Maynard J. D., Williams E. G., Lee Y., "Nearfield Acoustic Holography : I. Theory of generalized holography and the development of NAH", *J. Acoust. Soc. Am. Volume 78*, Issue 4, pp. 1395-1413 (October 1985).
- [2] Earl G. Williams, Maynard J. D., Eugen Skudrzyk, "Sound source reconstructions using a microphone array", *J. Acoust. Soc. Am. Volume 68*, Issue 1, pp. 340-344 (July 1980).
- [3] Saijyou K., Yoshikawa S., Eugen Skudrzyk, "Reduction methods of the reconstruction error for large-scale implementation of near-field acoustical holography", *J. Acoust. Soc. Am. Volume 110*, Issue 4, pp. 2007-2023 (October 2001) .
- [4] Williams E. G., "Continuation of acoustic near-fields", *J. Acoust. Soc. Am. Volume 113*, Issue 3, pp. 1273-1281 (March 2003).
- [5] Thomas J. H., Pascal J. C., "Etude d'une méthode utilisant les ondelettes pour la réduction des effets de troncature en holographie acoustique", *Proceedings du Grets 03. volume I*, pp. 277-280 (Septembre 2003).
- [6] Hald J., "Patch Near field Acoustical Holography Using a New Statistically Optimal Method", *Technical Review. Bruel-Kjaer* , N°.1 (2005).
- [7] Hald J., "Basic theory and properties of statistically optimized near-field acoustical holography", *J. Acoust. Soc. Am. Volume 125*, Issue 4, pp. 2105-2120 (April 2009).
- [8] Jacobsen F., Jaud V., "Statistically optimized near field acoustic holography using an array of pressure-velocity probes", *J. Acoust. Soc. Am. Volume 121*, Issue 3, pp. 1550-1558 (March 2007).
- [9] Langrenne C., Melon M., Garcia A., "Boundary element method for the acoustic characterization of a machine in bounded noisy environment", *J. Acoust. Soc. Am 121*, Issue 5, pp. 2750-2757 (May 2007).
- [10] Weinreich G., Arnold E. B., "Method for measuring acoustic radiation fields", *J. Acoust. Soc. Am. Volume 68*, Issue 2, pp. 404-411 (August 1980).
- [11] Romano A. J., Bucaro J. A., Houston B. H., Williams E. G., "On a novel application of the Helmholtz integral in the development of a virtual sonar", *J. Acoust. Soc. Am. Volume 108*, Issue 6, pp. 2823-2828 (December 2000).

- [12] Melon M., Langrenne C., Herzog P., Garcia A.,
“Evaluation of a method for the measurement of
subwoofers in usual rooms”, *J. Acoust. Soc. Am.*
Volume 127, Issue 1, pp. 256-263 (January 2010).
- [13] Gomes J.S., “Double Layer Microphone Array”,
Master of Science in Engineering Thesis, *Univer-*
sity of Southern Denmark September 2005.