

10ème Congrès Français d'Acoustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

Sur l'utilisation des transmissibilités pour la localisation des défauts dans les systèmes non dispersifs.

Simon Chesné¹, Arnaud Deraemaeker²

¹Université de Lyon, CNRS INSA-Lyon, LaMCoS UMR5259, F-69621, France, simon.chesne@insa-lyon.fr

²Université Libre de Bruxelles, BATir, 50 av F.D. Roosevelt CP 194/2 B-1050 Brussels, aderaema@ulb.ac.be

On considère le problème de la détection et de la localisation des dommages dans les structures par l'utilisation des transmissibilités. Ces fonctions ne nécessitent pas la connaissance de la source des vibrations, cela présente un avantage pratique qui les a rendues populaires dans les méthodes de détection *in situ*. Cependant de nombreuses limitations pratiques doivent être considérées, notamment le fait qu'elles peuvent dépendre dans certain cas de la localisation de la source. Ce travail se penche sur les propriétés physiques et pratiques de détection de défaut par l'utilisation transmissibilités, à travers une analyse de la nature système, de ses pôles, ses zéros, de la gamme de fréquence et de la localisation du défaut. Des exemples simples de détections de défaut sont présentés afin de donner une interprétation physique à ces propriétés ainsi qu'à leurs variations.

1 Introduction

Les défauts dans les structures modifient les vibrations de celles-ci. L'objectif des méthodes dites *SHM* (Structural Health Monitoring) est de détecter le défaut au plus tôt, mais surtout avant qu'il ne devienne critique pour l'intégrité de la structure et son fonctionnement. Doebling *et al.* [1] présente un large éventail des techniques SHM basées sur l'analyse du comportement vibratoire des systèmes. Un des paramètres observés les plus courants pour détecter un défaut est la fonction de transfert (FRF) accélération/force caractérisant le transfert sortie/entrée. Salawu [2] présente dans une synthèse, les nombreuses approches existantes utilisant les FRF. Une des principales contraintes de ces fonctions est la nécessité de connaître la localisation et le spectre de la force excitatrice. Pour palier cet inconvénient, des méthodes « output only » ont été développées ces dernières années, basées sur l'excitation ambiante (vent, trafic...) [3], [4]. Cependant ces méthodes restent globales, c'est-à-dire qu'elles ne détectent pas la localisation du défaut, mais seulement sa présence.

Pour faire face à ce problème, les fonctions de transmissibilités (TF) semblent être appropriées pour détecter la présence du défaut et le localiser sans nécessairement avoir d'information sur l'excitation, source des vibrations. De nombreux travaux ont exploré cette voie. La plupart utilisent les TF sans exposer clairement les aspects théoriques et la plupart des validations expérimentales sont issues de cas académiques en laboratoire [5], [6], [7], [8]. Certains auteurs soulignent toutefois la sensibilité de telles méthodes aux variations environnementales.

Le travail proposé ici essaie de clarifier le concept de localisation de défaut en utilisant les fonctions de transmissibilités. Le but est de comprendre et interpréter physiquement la sensibilité et les limitations de ces méthodes. Des exemples simples illustrent ces limitations importantes qui réduisent considérablement les applications pratiques de ces approches.

2 Formulation générale

2.1 Les fonctions de transmissibilités

Pour les systèmes discrets, ces fonctions sont obtenues en calculant le ratio de deux FRF x_i et x_j pour une source connue et localisée sur le degré de liberté (DDL) k :

$$T_{ij}^k(\omega) = \frac{x_i^k(\omega)}{x_j^k(\omega)} = \frac{(-1)^{i-j} \det([\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}]_{ki})}{\det([\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}]_{kj})} \quad (1)$$

où $\mathbf{K}$ et $\mathbf{M}$ sont les matrices de masses et de raideurs du système, et où les indices $[\]_{kj}$ signifient que la ligne k et la colonne j ont été enlevées de la matrice correspondante. Il apparaît ainsi qu'une transmissibilité est le ratio des zéros de deux FRF ayant la même source (les pôles de ces FRF tous égaux, s'annulent lors du ratio).

2.2 L'indice d'endommagement

L'indice d'endommagement noté D_{ij} quantifie les modifications dans la fonction de transmissibilité entre les points i et j dans une bande de fréquence donnée. Cet indice défini entre ω_1 et ω_2 s'écrit :

$$D_{ij}^k = \int_{\omega_1}^{\omega_2} |T_{ij}^{kh} - T_{ij}^{kd}| d\omega / \int_{\omega_1}^{\omega_2} |T_{ij}^{kh}| d\omega \quad (2)$$

où l'exposant h sur les transmissibilités correspond à la structure saine et d à la structure endommagée.

3 Sur les systèmes masses-ressorts et les transmissibilités

3.1 Considérations physiques sur les systèmes non dispersifs

Il a été montré que les propriétés des transmissibilités étaient différentes sur les systèmes dispersifs et sur les systèmes non dispersifs. Dans le cadre de cette étude, nous nous concentrons sur les systèmes non-dispersifs, c'est-à-dire les systèmes dont le comportement vibratoire est régi par l'équation d'onde [9]. Cette équation aux dérivées partielles du second ordre caractérise le phénomène de propagation vibratoire dans les systèmes suivants : Vibrations longitudinales et de torsion des poutres, cordes vibrantes, tuyaux sonores et enfin systèmes masses ressorts en ligne. Pour des raisons de simplicité, les simulations de cette étude porteront sur les systèmes masses ressorts, mais les résultats et conclusions peuvent être étendus aux autres systèmes non dispersifs. Les systèmes masses-ressorts en ligne sont des systèmes présentant uniquement des DDL en translation dans une seule direction. Ce type de système simple permet une bonne compréhension des différentes propriétés des transmissibilités. Un tel système à n DDL est représenté sur la figure 1.

L'équation générale (1) montre clairement que les transmissibilités dépendent de la localisation de la force via la présence de l'indice k . Ewins [10] montra que pour les systèmes masses-ressorts, lorsque les points x_i et x_j restent du même côté de la force, le calcul des transmissibilités présente un certain nombre de simplification et le résultat ne dépend pas de l'indice k et donc de la localisation de la force. Cette propriété généralisable aux systèmes non dispersifs, est due au fait que ce sont des systèmes ne présentant qu'un seul DDL par noeud (le phénomène vibratoire correspond alors à un échange entre seulement l'énergie cinétique de translation et l'énergie potentielle de déformation des ressorts). Numériquement cette propriété est représentée par des matrices de masses et de raideurs tri-diagonales, liant chaque DDL à ses plus proches voisins uniquement.

3.2 Sur les pôles et les zéros

Afin de mieux cerner le rôle des pôles et des zéros du système, on le divise en plusieurs sous systèmes (illustrés en figure 2). Il est bien connu que les pôles d'une FRF représentent les fréquences propres du système quelle que soit la localisation de la source ou de la mesure. L'information fournie par les zéros des FRF est différente. Les zéros d'une FRF entre les DDL k et j correspondent aux pôles des sous systèmes extérieurs au sous système défini entre les DDL k et j (sous système C). Miu [11] considère que ces zéros représentent les fréquences de résonance associées aux énergies présentes dans les sous systèmes définies par des contraintes artificielles imposées aux DDL

d'entrée et de sortie de la FRF en question. Il apparaît donc que les zéros et donc les transmissibilités sont, contrairement au FRF, liées à une portion particulière du système et ne représentent pas une caractéristique globale de la structure. C'est cette propriété qui est utilisée dans les méthodes de localisation de défaut. On comprend donc qu'en observant les zéros ou les transmissibilités entre des DDL judicieusement sélectionnés, un dommage peut être détecté et localisé.

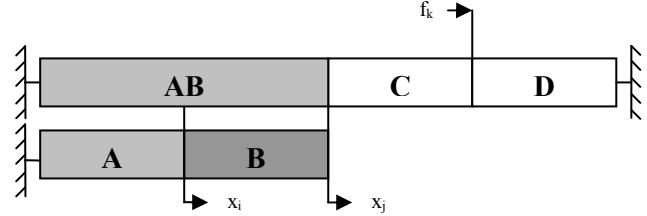


Figure 2 : Représentation en sous systèmes.

3.3 Représentation en sous systèmes et transmissibilités

Pour un système non dispersif, les simplifications des calculs matriciels et la représentation en sous systèmes permettent d'écrire l'équation (1) comme il suit :

$$T_{ij}^k(\omega) = \frac{\det(\mathbf{A})}{\det(\mathbf{AB})} \prod_{p=i+1}^j k_p \quad (3)$$

où le terme k_p représente la raideur entre les DDL $p-1$ et p .

On voit dans l'équation (2) qu'une variation de raideur (modèle du dommage) dans les sous systèmes A ou B affectera la transmissibilité $T_{ij}^k(\omega)$ entre les DDL i et j . Les sous-systèmes C et D sont quant à eux, sans effet sur la transmissibilité.

Ainsi une variation de raideur dans le sous-système B pourra entraîner 2 effets :

- (i) Une variation du gain de $T_{ij}^k(\omega)$ à travers le terme $\prod k_p$ qui dépend de toutes les raideurs du sous-système B.
- (ii) Une modification des pôles à travers le terme $\det(\mathbf{AB})$

Cependant il apparaît qu'une variation de raideur dans le sous-système A cause également une modification de $T_{ij}^k(\omega)$ même si ce sous-système est extérieur aux 2 points de mesures. Cela pourra avoir 2 effets :

- (i) Une modification des pôles à travers le terme $\det(\mathbf{AB})$
- (ii) Une modification des zéros à travers le terme $\det(\mathbf{A})$

En conclusion il apparaît qu'une localisation parfaite n'est pas possible, sauf dans quelques cas très particuliers qui seront illustrés dans les exemples. Mais dans la grande majorité des cas, il restera toujours une incertitude quant à la présence d'un défaut dans les sous-systèmes A ou B.

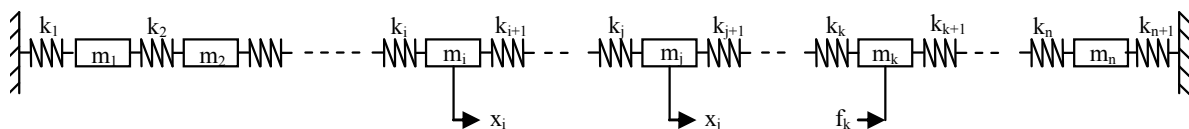


Figure 1 : Système masses-ressorts à n DDL.

4 Exemples illustratifs

Dans cette section nous discuterons tout d'abord des propriétés de localisation des défauts par la méthode des transmissibilités puis de l'effet de la bande de fréquence observée sur cette localisation.

4.1 Propriétés de localisation

Considérons un système 4DDL présentant des masses de $1e-3$ kg et des raideurs de 10 N, illustré en figure (3). Une force est appliquée sur la masse 3 et les transmissibilités sont calculées entre les DDL voisins, à savoir $T_{12}^3(\omega)$, $T_{23}^3(\omega)$, et $T_{34}^3(\omega)$.

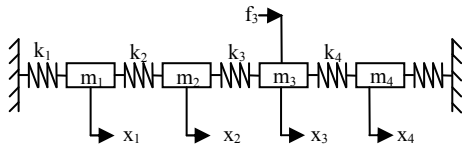


Figure 3 : Système masses-ressorts 4 DDL

L'interprétation des résultats est basé sur la représentation en sous système présenté précédemment. La figure (4) illustre comment les sous-systèmes sont réarrangés pour l'interprétation de $T_{34}^3(\omega)$.

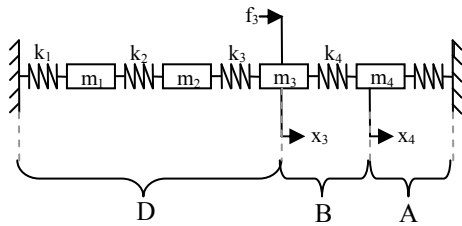


Figure 4 : Représentation en sous-système pour $T_{34}^3(\omega)$.

Le premier cas étudié est le cas où la raideur k_3 est endommagée à 30%. Il apparaît clairement que ce cas est le cas idéal où le défaut est situé juste à coté de la source des vibrations. Les figures (5) et (6) montrent les transmissibilités calculées avec ou sans défaut ainsi que l'indice d'endommagement pour chaque transmissibilité. On voit clairement que T_{12} ou T_{34} ne sont pas affecté par le défaut. Effectivement pour ces transmissibilités le défaut est situé respectivement dans les sous-systèmes C ou D, sans effet sur celle-ci. Seul T_{23} est modifiée pour laquelle le défaut est dans le sous-système B. On constate d'ailleurs que seul les pôles et le gain de T_{23} sont modifiés, le zéro reste à la même pulsation comme prédit dans la section 2.

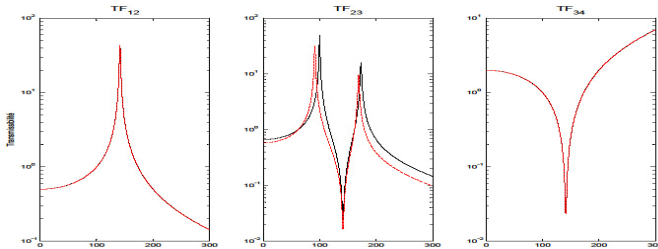


Figure 5 : Transmissibilités T_{12} , T_{23} et T_{34} .
Lignes noires continues : système sans défaut ;
Lignes pointillés rouges : défaut sur k_3 (30%)

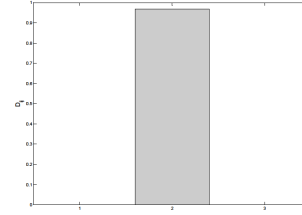


Figure 6 : Indices d'endommagement D_{12} , D_{23} et D_{34} .
Défaut sur k_3 (30%)

Dans le second cas, le défaut est situé sur la raideur k_2 . Les résultats sont présentés figures (7) et (8). A nouveau T_{34} reste inchangée. T_{12} qui contient le défaut est modifiée en conséquence. Le résultat problématique est pour T_{23} qui est modifiée même si le défaut est extérieur au domaine défini par ces deux points de mesure. Du point de vue de T_{23} , le défaut est alors présent dans le sous-système A, qui modifie la transmissibilité (pôles et zéros) et donne un indice d'endommagement non nul.

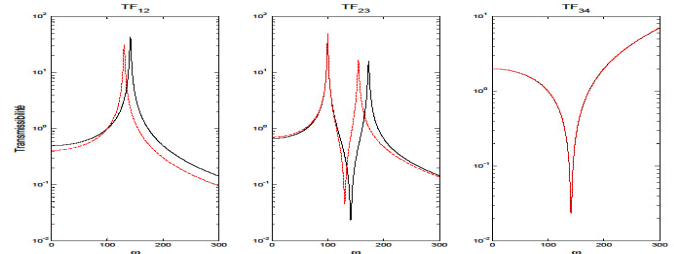


Figure 7 : Transmissibilités T_{12} , T_{23} et T_{34} .
Lignes noires continues : système sans défaut ;
Lignes pointillés rouges : défaut sur k_2 (30%)

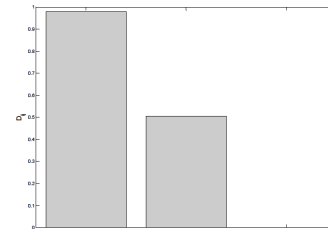


Figure 8 : Indices d'endommagement D_{12} , D_{23} et D_{34} .
Défaut sur k_2 (30%)

Ces deux exemples illustrent clairement que la position de la source par rapport au défaut (et donc la répartition des sous-systèmes) a une importance capitale pour la localisation de ce dernier. En effet on constate que dans le cas où le défaut est adjacent à la source, une détection parfaite est possible (indice nul partout sauf sur la transmissibilité contenant le défaut). Par contre une forte incertitude et des indices d'endommagement non nuls apparaissent lorsque le défaut se situe dans le sous-système A (entre la limite et la mesure la plus proche). Dans la littérature, ce problème est souvent évité en considérant que les limites sont saines, c'est-à-dire sans défaut.

La figure 8 montre toutefois que l'indice d'endommagement est maximum à l'emplacement du défaut, pour mieux comprendre cela il est intéressant d'étudier l'effet de l'évolution des fréquences utilisées dans l'équation (2)

4.2 Effet de la bande de fréquence.

Un autre paramètre essentiel à considérer est la gamme de fréquence utilisée lors du calcul de l'indice d'endommagement. Pour étudier cela on propose l'indice suivant dépendant de l'intervalle d'intégration.

$$D_{ij}^k(\omega_1, \omega_2) = \int_{\omega_1}^{\omega_2} |T_{ij}^{kh} - T_{ij}^{kd}| d\omega / \int_{\omega_1}^{\omega_2} |T_{ij}^{kh}| d\omega \quad (4)$$

Par défaut ici, on considérera que $\omega_l = 0 \text{ rad.s}^{-1}$.

Pour avoir une meilleure vision de cette évolution on modélise cette fois un système à 7DDL, excité sur la masse 6. Le défaut est situé sur la raideur k_3 c'est-à-dire entre les masses 2 et 3. La figure 9 montre les 6 transmissibilités que l'on peut calculer dans le cas sans et avec défaut. On constate que TF_{12} et TF_{67} ne sont pas affectées. Pour ces dernières le défaut est situé dans un sous-système C ou D.

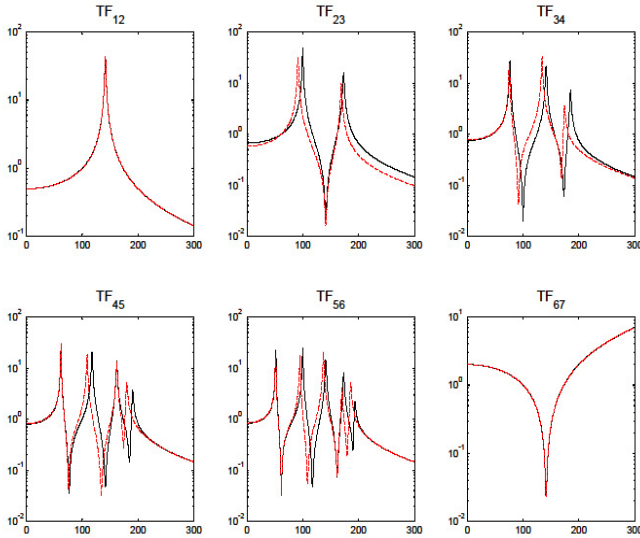


Figure 9 : Transmissibilités
Lignes noires continues : système sans défaut ;
Lignes pointillés rouges : défaut sur k_3 (30%)

La figure 10 présente les indices d'endommagement lorsque l'on utilise toute la gamme de fréquence disponible. La formule (4) est alors équivalente à la (2).

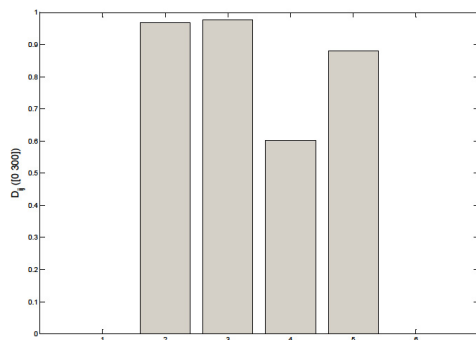


Figure 10 : Indices d'endommagement $\omega \in [0, 300]$

La présence d'un défaut est évidente, mais cependant sa localisation est impossible.

La figure 11 montre l'évolution de l'indice d'endommagement en fonction de la borne supérieure de son intégrale, c'est-à-dire la bande fréquentielle considérée.

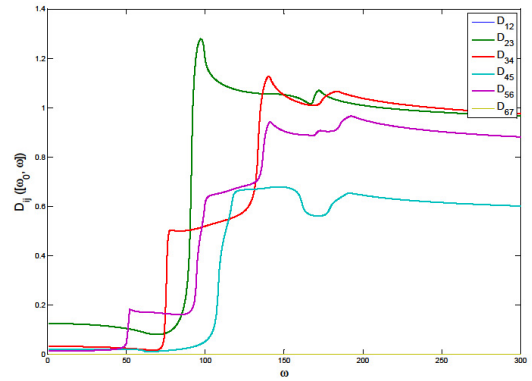


Figure 11 : Indices d'endommagement en fonction de la bande fréquentielle considérée

Sur cette figure il n'apparaît pas de manière évidente que k_3 est endommagé. La localisation ne semble possible qu'en dessous de 52 rad.s^{-1} ou autour de 100 rad.s^{-1} . Ces 2 pulsations sont directement liées à des caractéristiques du système. A 52 rad.s^{-1} D_{56} devient supérieur à D_{23} et la localisation est faussée. Cette pulsation correspond aux premiers zéros des fonctions de transferts utilisées pour calculer les transmissibilités (figure 12). Il s'agit physiquement de la pulsation propre du sous-système AB lors du calcul de T_{56} . Ce phénomène se retrouve pour chacune des transmissibilités et leurs indices respectifs. A 100 rad.s^{-1} , $x_3(\omega)$ présente un zéro contrairement à $x_2(\omega)$, ainsi T_{23} est fortement modifiée, ce qui explique l'augmentation de D_{23} autour de cette pulsation.

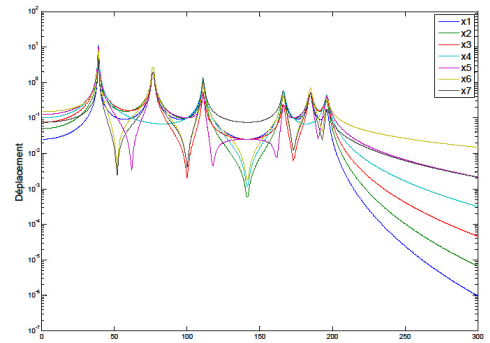


Figure 12 : FRF des 7 DDL, système sans défaut.

En règle générale, si la position de la source n'est pas connue, ces interprétations physiques ne sont plus possibles, il apparaît alors plus sûr de considérer la première fréquence propre du système comme une limite supérieure dans le calcul de l'indice d'endommagement. Dans l'exemple développé ici, cette fréquence est de 39 rad.s^{-1} . La figure 13 montre les indices d'endommagement pour un intervalle d'intégration $[0, 30] \text{ rad.s}^{-1}$. Ainsi on reste avec certitude dans la partie gauche du graphique figure 11, et on constate que même si les résultats ne sont pas parfaits (indices non nuls pour D_{34} , D_{45} et D_{56}) on peut raisonnablement localiser le défaut avec D_{23} , soit sur k_3 .

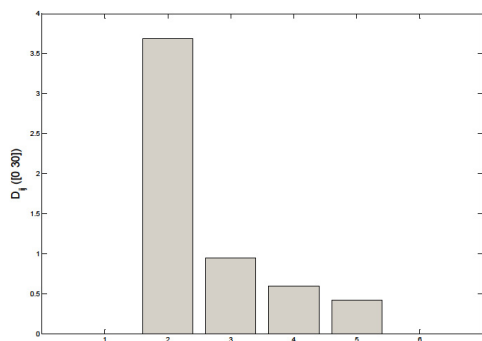


Figure 13 : Indices d'endommagement $\omega \in [0 \ 30]$

5 Conclusions

L'utilisation des transmissibilités pour la localisation des défauts dans les systèmes non dispersifs a été étudiée et illustrée sur des exemples masses-ressorts à n DDL. Une décomposition en sous-système a été proposée pour interpréter physiquement certaines propriétés. Il apparaît qu'une détection et une localisation parfaite ne sont possibles que si le défaut est adjacent à la source. Ce qui semble être un facteur très limitant pour une méthode dont l'avantage annoncé est de ne pas avoir besoin de connaître l'origine de l'excitation. Dans tous les autres cas la localisation du défaut se dégrade quand la bande de fréquence utilisée pour les calculs des indices d'endommagement augmente. Il a été montré numériquement que cet indice est toutefois maximum (en comparaison des autres) lorsque la fréquence limite est inférieure au premier zéro du système. Dans ce cas alors il est possible de localiser le défaut. Pour les hautes fréquences il a été constaté que rien n'assure une localisation exacte. Les prochaines études sur ces méthodes porteront sur leurs limites dans les systèmes dispersifs, notamment les poutres en flexion.

Références

- [1] Doebling, S.W., Farrar, C. R., Prime M. B. and Shevitz D. W 1996, "Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: a literature review", *Los Alamos National laboratory Report*, A-13070-VA5.
- [2] Salawu, O.S. "Detection of structural damage through changes in frequency: a review", *Engineering Structures*, Vol. 19, No. 9, pp. 718-723, 1997
- [3] Deraemaeker, A., Reynders, E., De Roeck G. and Kullaa, J., 2008, "Vibration-based structural health monitoring using output-only measurements under changing environment", *Mech. Syst and Signal Processing* 22(1), pp 34-56.
- [4] Nichols, J.M. 2003 "Structural Health Monitoring of offshore using ambient excitation" *Applied Ocean Research*, 25, 101-114.
- [5] K. Worden, G. Manson and N. R. J. Fieller 2000, "Damage detection using outlier analysis", *Journal of Sound and Vibration* 229(3), pp 647-667
- [6] Zhang, H., Schulz M. J. and Ferguson F. and Pai, P. F., 1999 "Structural health monitoring using transmittance functions". *Mechanical Systems and Signal Processing*, 13(5), 765-787
- [7] Johnson, T.J. and Adams, 2002, "Transmissibility as a differential indicator of structural damage", *Journal of Vibration and Acoustic, transactions of the ASME*, Vol124, 634-641.
- [8] Johnson, T.J., Brown, R.L., Adams, D.E. and Schiefer, M., 2004 "Distributed structural health monitoring with a smart sensor array", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 18 555-572
- [9] Guyader J.L. "Vibration de milieux continus" Lavoisier, paris, 2002.
- [10] Ewins, D., and Liu W., 1998 "Transmissibility properties of MDOF systems", *Proc. 16th IMAC Conf., Santa Barbara, CA, US*, p. 847-854.
- [11] Miu, D.K., 1991, "Physical Interpretation of Transfer Function Zeros for simple control systems with mechanical flexibilities", *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol.113, P419-424