

Comparaison des méthodes de calculs de diffraction simplifiées appliquées à la diffraction 3D par un écran mince rectangulaire

Fabrice Junker

EDF R&D, 1 Avenue du Général de Gaulle, F-92141 CLAMART, fabrice.junker@edf.fr

La plupart du temps, les calculs d'impact acoustique des installations industrielles sont réalisés avec des méthodes d'ingénierie ayant été développées initialement pour le bruit des transports. Pour ce type de source assimilable à une source linéique, les hypothèses 2D des modèles simplifiés sont bien adaptées. En revanche, les sources de bruit industriel sont plutôt représentées par les sources ponctuelles pour lesquelles les effets 3D sont à considérer. Parmi ces effets, la diffraction par les obstacles doit tenir compte non seulement de la diffraction par-dessus l'obstacle mais aussi de la diffraction sur les côtés. Les méthodes simplifiées sont donc généralisées au cas 3D, en considérant chaque arête diffractante comme une arête de dimension infinie. Dans cet article, on compare plusieurs approches simplifiées permettant la prise en compte de la diffraction latérale à des résultats de calcul BEM adaptés au cas d'un écran mince.

1. Introduction

L'étude de l'impact des installations industrielles est un problème typiquement 3D et pour lequel les basses fréquences doivent être étudiées. Or, les méthodes d'ingénierie utilisées pour traiter ces problèmes sont conçues initialement pour traiter des situations 2D (sources linéiques) en moyenne en hautes fréquences caractéristiques du bruit des transports [1], [2]. La « généralisation » de ces méthodes en 3D consiste à traiter sans distinction toute diffraction sur une arête comme une diffraction par une arête infinie puis de sommer les contributions des champs diffractés pour obtenir le champ total [3], [4]. Se pose alors le problème du choix d'une formule de diffraction et d'une méthode de sommation des contributions (doit-on oui ou non tenir compte de la phase des différentes contributions).

L'objectif de cette étude est de comparer plusieurs approches simplifiées permettant la prise en compte de la diffraction latérale à des résultats de calcul d'un modèle de référence BEM adapté au cas d'un écran mince.

Après une présentation succincte du modèle de référence, on présente des comparaisons avec plusieurs modèles simplifiés sur plusieurs cas-tests.

2. Modèle de référence

Le modèle de référence est un modèle BEM (Boundary Element Method) adapté au problème de l'écran mince. Il a été proposé par Terai [5].

On s'intéresse tout d'abord au cas de la diffraction par un obstacle de forme quelconque en l'absence de sol.

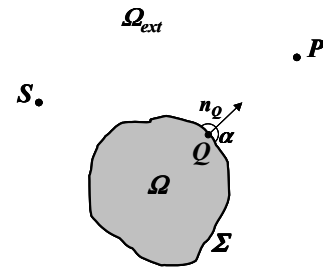


Figure 1: Notations pour la diffraction par un obstacle de forme quelconque dans un milieu infini.

Soit une source ponctuelle S et un obstacle Ω délimité par une surface Σ tous deux placés dans un domaine ouvert Ω_{ext} . Le champ en un point P est donné par l'équation intégrale suivante [9], appelée aussi formule de Helmholtz-Kirchhoff :

$$\begin{aligned} \varphi_D(P) + \iint_{\Sigma} \left(\varphi(Q) \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n_Q} - G(P, Q) \frac{\partial \varphi(Q)}{\partial n_Q} \right) d\Sigma \\ = \begin{cases} \varphi(P) & \text{si } P \in \Omega_{ext} \\ \alpha(P) \varphi(P) & \text{si } P \in \Sigma \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

Q est un point décrivant la surface Σ . Les grandeurs $\varphi_D(P)$ et $\varphi(Q)$ désignent respectivement les potentiels des vitesses des champs direct et du champ de surface. n_Q est la normale extérieure à Σ au point Q . $\alpha(P)$ est l'angle solide de la partie extérieure d'une petite sphère placée au point Q .

$G(P, Q)$ est la fonction de Green du problème pour le problème 3D en espace libre.

Dans le cas d'un écran mince, les deux surfaces parallèles Σ_1 et Σ_2 de chaque côté de l'obstacle se réduisent à une surface Σ .

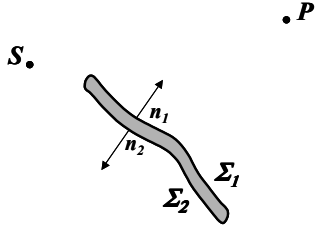


Figure 2: Notations pour la diffraction par un obstacle mince dans un milieu infini.

Les normales n_1 et n_2 des surfaces Σ_1 et Σ_2 sont alors de signe opposées, en posant :

$$\frac{\partial}{\partial n_1} = \frac{\partial}{\partial n_q} \text{ et } \frac{\partial}{\partial n_2} = -\frac{\partial}{\partial n_q}. \quad (2)$$

L'équation (1) peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \varphi_D(P) + \iint_{\Sigma} \tilde{\varphi}(Q) \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n_q} - G(P, Q) \frac{\partial \tilde{\varphi}(Q)}{\partial n_q} d\Sigma \\ = \begin{cases} \varphi(P) \text{ si } P \in \Omega_{ext} \\ \frac{1}{2}(\varphi_1(P) + \varphi_2(P)) \text{ si } P \in \Sigma \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

où $\tilde{\varphi} = \varphi_1 - \varphi_2$ est le saut de potentiel entre les surfaces Σ_1 et Σ_2 .

On utilise ensuite la dérivée normale de l'expression (1) par rapport à la normale $n_{q'}$ en un point Q' de la surface Σ , soit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_D(Q')}{\partial n_{q'}} + \iint_{\Sigma} \left(\tilde{\varphi}(Q) \frac{\partial^2 G(Q', Q)}{\partial n_{q'} \partial n_q} - \frac{\partial G(Q', Q)}{\partial n_{q'}} \frac{\partial \tilde{\varphi}(Q)}{\partial n_q} \right) d\Sigma \\ = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \varphi_1(Q')}{\partial n_{q'}} + \frac{\partial \varphi_2(Q')}{\partial n_{q'}} \right), Q' \in \Sigma \end{aligned} \quad (4)$$

Si l'écran est parfaitement réfléchissant, la dérivée du potentiel des vitesses est nulle sur la surface et l'expression (4) s'écrit :

$$\frac{\partial \varphi_D(Q')}{\partial n_{q'}} + \iint_{\Sigma} \tilde{\varphi}(Q) \frac{\partial^2 G(Q', Q)}{\partial n_{q'} \partial n_q} d\Sigma = 0, \quad Q' \in \Sigma \quad (5)$$

Cette équation discrétisée sur la face de l'écran mince se réduit à un système matriciel de dimension $N \times N$ où N est le nombre d'éléments de surface. Sa résolution va permettre de déterminer la valeur du saut de potentiel $\tilde{\varphi}(Q)$ en chaque point Q de la surface. Une fois cette valeur connue, elle peut être utilisée dans l'équation (3) pour déterminer le champ au point P par l'expression suivante :

$$\varphi(P) = \varphi_D(P) + \iint_{\Sigma} \tilde{\varphi}(Q) \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n_q} d\Sigma, \quad P \in \Omega_{ext} \quad (6)$$

L'intérêt de ce modèle est de diviser par 2 la dimension du problème de l'écran mince : par rapport au problème maillé en 3D avec deux surfaces très proches on ne maille plus qu'une seule face plane. Il évite aussi les problèmes numériques rencontrés avec une méthode BEM lorsque deux faces sont très proches [6].

Dans le cas d'un écran placé sur un sol plan parfaitement réfléchissant, on peut encore réduire la dimension du problème d'un facteur 2, en utilisant la fonction de Green adaptée utilisant les propriétés de

symétrie du problème. Pour ce faire, on remplace classiquement la fonction de Green en espace libre par une fonction de Green « sans sol » qui respecte la condition d'annulation de la composante normale de sa dérivée sur la frontière qu'est le sol.

Les équations (5) et (6) précédentes prennent donc la forme suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_D(Q')}{\partial n_{q'}} + \frac{\partial \varphi_D^i(Q')}{\partial n_{q'}} \\ + \iint_{\Sigma} \tilde{\varphi}(Q) \left[\frac{\partial^2 G(Q', Q)}{\partial n_{q'} \partial n_q} + \frac{\partial^2 G^i(Q', Q^i)}{\partial n_{q'} \partial n_q} \right] d\Sigma \\ = 0, \quad Q' \in \Sigma \end{aligned} \quad (7)$$

Et

$$\begin{aligned} \varphi(P) = \varphi_D(P) + \varphi_D^i(P) \\ + \iint_{\Sigma} \tilde{\varphi}(Q) \left[\frac{\partial G(P, Q)}{\partial n_q} + \frac{\partial G^i(P, Q^i)}{\partial n_q} \right] d\Sigma, \quad P \in \Omega_{ext} \end{aligned} \quad (8)$$

$\varphi_D^i(P)$ est le champ direct de la source image S^i au point P . $G^i(P, Q^i)$ est la fonction de Green entre le point Q^i , image de Q par rapport au sol et le point P .

Les expressions ci-dessus peuvent s'interpréter de la manière suivante : la modification de la fonction de Green revient à remplacer le domaine semi-infini (limité par le sol) par un domaine infini avec une source image et « l'image de l'écran réel » par rapport au sol. Ceci est illustré sur la Figure 3.

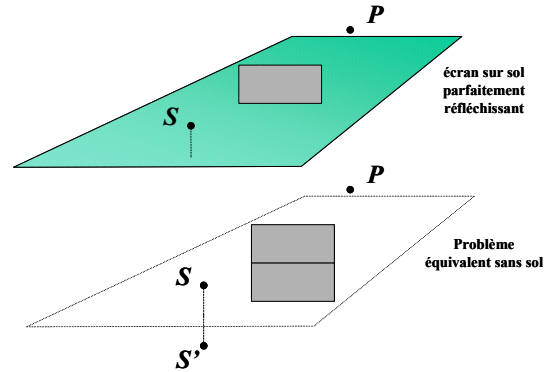


Figure 3: La prise en compte de la symétrie du problème est équivalent à ajouter une source image et un « écran image » et à traiter le problème en champ libre.

3. Modèles simplifiés

3.1. Principe

La généralisation des méthodes de calcul simplifiées 2D de type ISO 9613 [7], NMPB 2008 [1] ou HARMONOISE [2] aux situations 3D s'appuie sur la méthode de Lam [3].

Pour justifier le principe de cette méthode, on se réfère à la Figure 3. Si l'on pense le problème à traiter comme un problème équivalent en champ libre avec une source image et un écran image et que l'on applique le principe de Fermat à chacune des 4 arêtes diffractantes, le problème se réduit à déterminer, pour chaque source (réelle et image) 8 trajets soit 1 par arête et par source. Lorsqu'on pense le problème avec le sol et les 3 arêtes réelles de l'écran, ces 8 trajets correspondent 4 trajets par le dessus de l'écran sur l'arête horizontale et 2 de chaque côté sur chaque arête verticale (Figure 4).

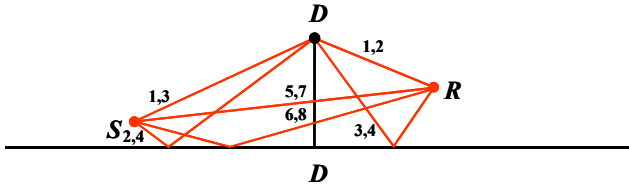


Figure 4: Représentation des 8 trajets à prendre en compte pour calculer l'effet de diffraction par un écran 3D.

À cause de la présence du sol, on ne peut donc pas généraliser le traitement d'une arête horizontale à celui d'une arête verticale.

Le principe du calcul simplifié est le suivant. Sur chaque trajet i , on calcule l'atténuation A_i subie par diffraction sur l'arête et par réflexion sur le sol. Ensuite, les différentes contributions sont ajoutées.

Le niveau relatif au champ direct ΔL se calcule alors de la manière suivante :

- Si l'on tient compte de la phase des contributions :

$$\Delta L = \sum_{i=1}^8 \left(10^{-\frac{A_i}{20}} e^{jk\delta_i} \prod_{j=1}^{n_{ref_i}} Q_j \right) \quad (9)$$

k est le nombre d'onde,

δ_i est la différence de marche du trajet i ,

n_{ref_i} est le nombre de réflexions du trajet i ,

Q_j est le coefficient de réflexion du sol au point de réflexion j pour le trajet i . (=1 pour un sol parfaitement réfléchissant).

- Si l'on ne tient pas compte de la phase des contributions :

$$\Delta L = \sum_{i=1}^8 \left(10^{-\frac{A_i}{20}} \left| \prod_{j=1}^{n_{ref_i}} Q_j \right|^2 \right) \quad (10)$$

Se pose maintenant la question du choix de la formule d'atténuation par diffraction (expression de A_i).

3.2. Choix de la formule de diffraction

On se propose de comparer au résultats du modèle de référence, plusieurs résultats de calcul utilisant différentes expressions de l'atténuation par diffraction :

- **HARMO** : Calcul HARMONOISE 2D qui ne tient pas compte des trajets latéraux ; l'atténuation des trajets horizontaux est calculée par la formule de Degout [2] ;
- **Degout3D** : On tient compte des trajets latéraux en choisissant une atténuation par diffraction calculée par l'approximation de Degout, comme dans la méthode HARMONOISE 2D ;
- **ISO3D** : Idem ci-dessus mais on remplace la formule d'atténuation de Degout par la formule ISO 9613-2 ;
- **NEW** : Idem ci-dessus mais on limite le niveau relatif au champ libre à 6 dB.

On étudie 4 configurations différentes de diffraction pure (écran rectangulaire sans sol) dont la disposition est illustrée sur la Figure 5 et les données regroupées dans la Table 1.

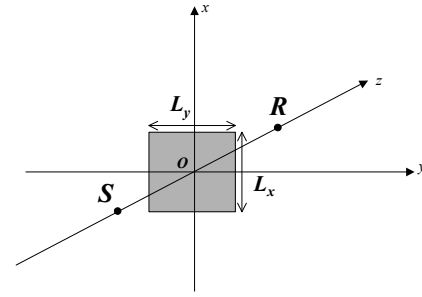


Figure 5 : Notations correspondant aux cas tests BEM1, BEM2, BEM3 et BEM4. L'écran est dans le plan xOy.

Cas	Position Source (m)	Position Récepteur (m)	Taille écran (m)	Commentaires
BEM1	$x_S=0$ $y_S=0$ $z_S=-2.5$	$x_R=0$ $y_R=0$ $z_R=50$	$L_x=4m$ $L_y=8m$	Source centrée et assez proche de l'écran. Toutes les contributions sont identiques.
BEM2	$x_S=0$ $y_S=0$ $z_S=-50$	$x_R=0$ $y_R=0$ $z_R=50$	$L_x=4m$ $L_y=8m$	Source et récepteur loin de l'écran. Toutes les contributions sont identiques et l'écran doit avoir un effet négligeable.
BEM3	$x_S=0$ $y_S=3$ $z_S=-5$	$x_R=0$ $y_R=3$ $z_R=15$	$L_x=4m$ $L_y=8m$	L'axe source-récepteur est décalé vers $y>0$. Les contributions sont donc différentes et déphasées.
BEM4	$x_S=0$ $y_S=0$ $z_S=-2.5$	$x_R=0$ $y_R=0$ $z_R=50$	$L_x=4m$ $L_y=40m$	L'écran est 10 fois plus large que haut. La contribution par le dessus est dominante et le modèle HARMONOISE 2D doit être proche du résultat de référence.

Table 1 : Données des cas-tests BEM1, BEM2, BEM3 et BEM4.

Commentaires :

- Cas test BEM 1 : Toutes les contributions calculées sont en phase. Aussi, quelque soit le modèle utilisé les oscillations visibles sur le modèle de référence ne sont pas reproduites. Le modèle NEW est le modèle le plus satisfaisant même s'il ne permet pas de reproduire la suramplification due à l'écran en basse-fréquences.
- Cas test BEM 2 : Comme dans le cas BEM1, toutes les contributions calculées sont en phase, les petites oscillations visibles sur le modèle de référence ne sont donc pas reproduites. La source et le récepteur sont éloignés de l'écran dont l'effet ne se fait sentir qu'en hautes-fréquences. Le modèle NEW est le plus proche du résultat de référence grâce à sa limitation à +6dB par rapport au champ direct.
- Cas test BEM 3 : Ce cas illustre l'intérêt de la prise en compte de la phase dans le calcul. Dans cette situation tous les trajets ne sont pas en phase car la ligne source récepteur est plus proche d'un bord de

l'écran que de l'autre ($y_S=y_R=3$). Ceci se traduit par une figure d'interférence marquée qui est bien représentée par les modèles utilisant l'équation (9). Le résultat NEW est à nouveau le plus satisfaisant.

- Cas test BEM 4 : Dans ce cas, les contributions latérales sont moins dominantes puisque l'écran fait 40m de large pour 4m de haut. Comme prévu, le modèle HARMONOISE 2D indique une bonne tendance moyenne dans ce cas quasi 2D. Pourtant il résulte de la présence de ces contributions latérales des oscillations qui sont encore une fois bien rendues par les modèle proposés, quelque soit la formule de diffraction utilisée. L'amplitude la plus proche du résultats de référence est encore obtenue avec le modèle NEW.

Les comparaisons avec les cas-tests montrent que :

- ☺ Le modèle NEW est le modèle le plus satisfaisant ;
- ☺ La prise en compte de la phase permet de reproduire les schémas d'interférence observés dès que les contributions suivent des chemins de longueur différente ;
- ☺ La limitation du niveau relatif au champ direct à +6dB est indispensable ;
- ☹ Le comportement en très basse-fréquences du modèle n'est pas idéal et notamment les suramplifications observées dans le cas BEM1 ne sont pas représentées.

L'adaptation la plus satisfaisante des modèles 2D pour le calcul 3D consiste donc à sommer en phase les 8 contributions calculées à partir de la formule de diffraction tirée de la norme ISO 9613 en limitant le niveau relatif au champ libre à +6dB.

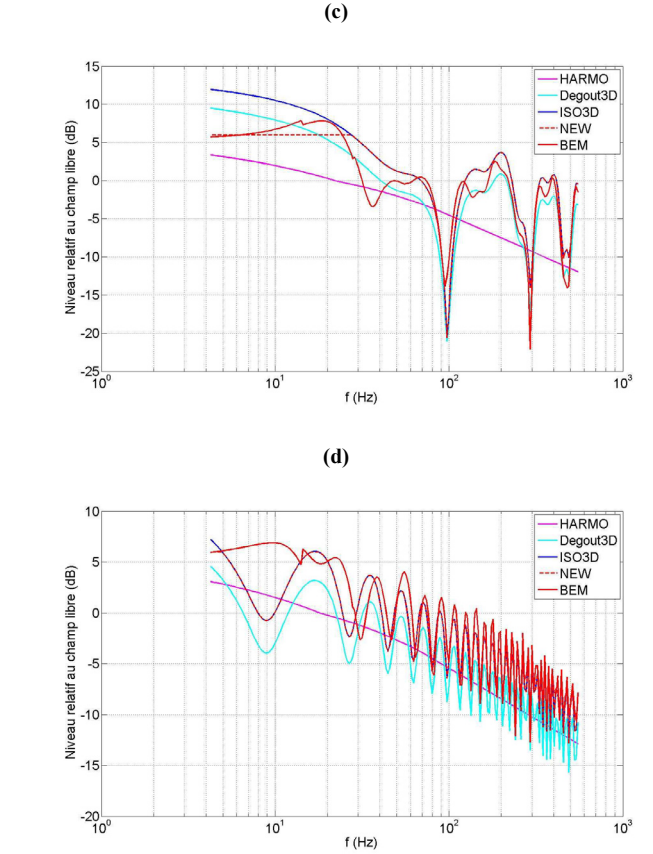
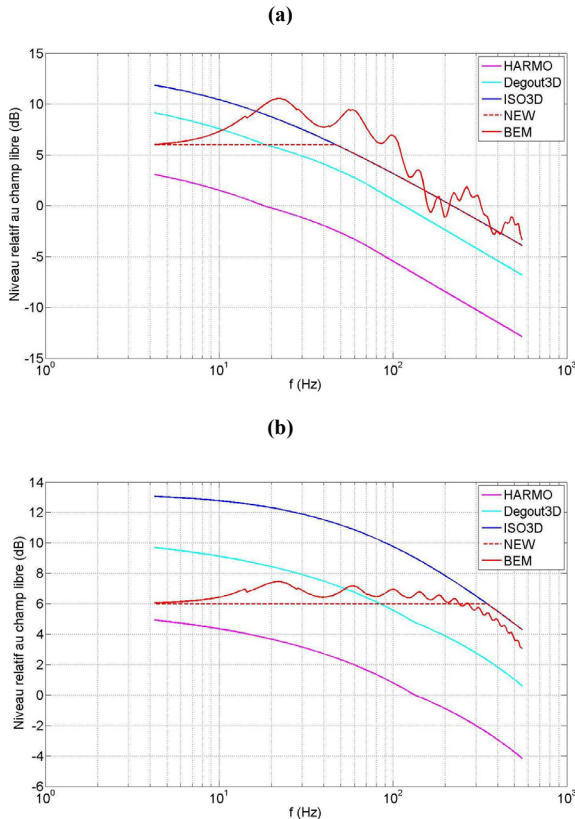


Figure 6 : Résultats des cas tests (a) BEM1, (b) BEM2, (c) BEM3 et (d) BEM4

3.3. Interprétation des écarts observés entre la formule de Degout et la formule ISO

La formule de Degout est un modèle analytique permettant de retrouver par un calcul simple le résultat de l'approximation de Fresnel [9], obtenu à partir d'une formulation intégrale en faisant l'hypothèse de Kirchhoff (champ nul sur la face de l'écran dans l'ombre soit $\tilde{\varphi} = 2\varphi_D$ dans l'équation (6)) et l'approximation de champ lointain. À titre d'exemple, on compare le modèle de Degout et le modèle de Fresnel pour un écran plan semi-infini 2D.

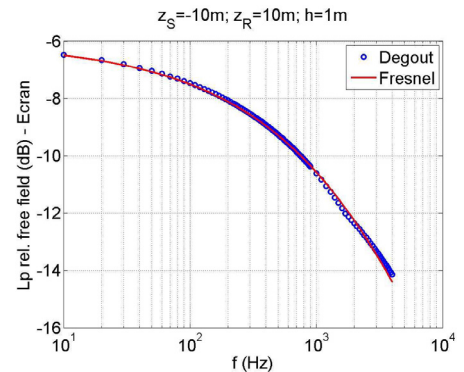


Figure 7 : Comparaison du niveau relatif au champ libre calculés par les modèles de Fresnel et de Degout dans le cas d'un écran mince rigide semi-infini 2D. $h=1m$ est la hauteur de l'écran au-dessus de la ligne source récepteur. z_S et z_R sont les distances respectives de la source et du récepteur à l'écran.

Le modèle ISO, a priori plus adapté dans les cas-tests présentés, est une version normalisée de la formule de Maekawa [8] elle-même établie de façon empirique. Elle ne fait donc pas implicitement d'hypothèse physique particulière.

Enfin, lorsque l'on compare le résultats des modèles HARMO et Degout3D avec ceux des modèles ISO3D et NEW (c.f. cas BEM1 et BEM2), on constate un comportement en fréquence similaire avec un décalage en amplitude. Ce décalage de quelques dB peut s'interpréter comme une compensation par le modèle empirique de l'erreur commise en faisant l'hypothèse de Kirchhoff, l'approximation de champ lointain et en supposant que le champ peut être calculé simplement comme la somme de 4 contributions portées par les rayons diffractés.

4. Illustration de la précision moyenne de la méthode de calcul simplifiée

Les résultats précédents montrent que le modèle proposé rend compte de manière réaliste de la présence des zones d'interférences. Cependant, étant donnée la simplicité du modèle, il faut s'attendre à ce que les résultats s'écartent du résultat de référence dans certains zones. Ceci est illustré sur les figures présentées ci-dessous.

Cas	Position Source	Position Récepteur	Taille écran
BEM5 (100Hz)	$x_S=\lambda/2$ $y_S=0$ $z_S=-3\lambda$	$x_R=\lambda/2$ $y_R=$ de $-10x\lambda/2$ à $10x\lambda/2$ $z_R=$ de 0 à $30x\lambda$	hauteur= $2x\lambda$; largeur= $2x$ hauteur
BEM6 (100Hz)	$x_S=\lambda/2$ $y_S=0$ $z_S=-\lambda$	$x_R=\lambda/2$ $y_R=$ de $-10x\lambda/2$ à $10x\lambda/2$ $z_R=$ de 0 à $30x\lambda$	hauteur= $2x\lambda$; largeur= $2x$ hauteur

Table 2 : Données des cas-tests BEM5 et BEM6.

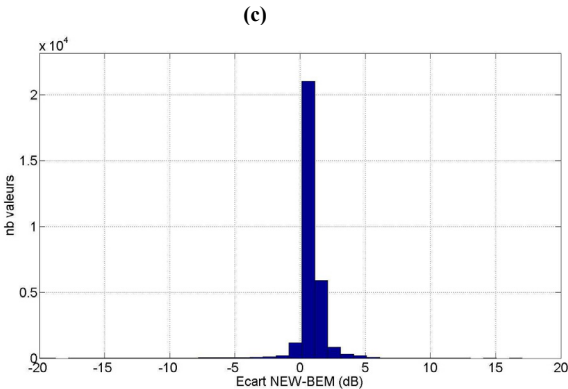
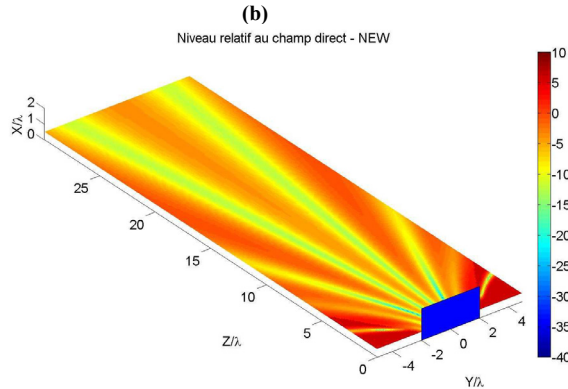
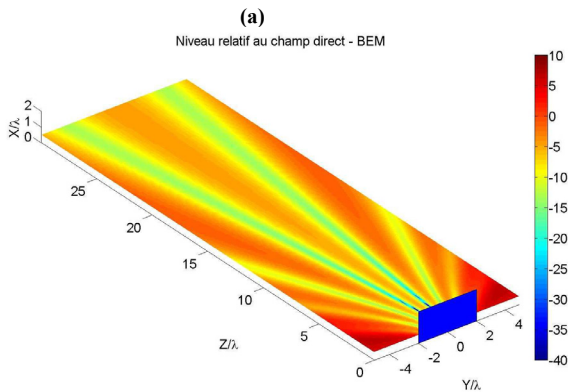
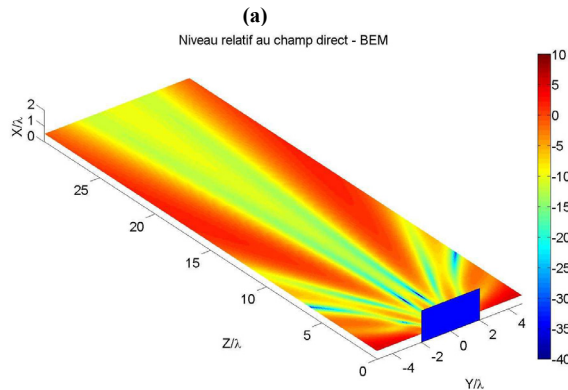


Figure 8 : Comparaison des résultats des calculs BEM (référence) et NEW (calcul simplifié) pour le cas-test BEM5 dont les données sont décrites dans la Table 2. (a) et (b) : niveau relatif au champ libre respectivement pour les modèles BEM et NEW. (c) histogramme des écarts

Concernant le cas-test BEM5, les résultats du modèle NEW sont très satisfaisants. Il existe quelques écarts importants très ponctuels au niveau des interférences destructives et de la limite de la zone d'ombre.

Le modèle NEW peut aussi sous-évaluer les niveaux sonores dans une zone dont l'étendue n'est plus vraiment négligeable, comme ceci est illustré sur le cas BEM6 présenté sur la Figure 9.



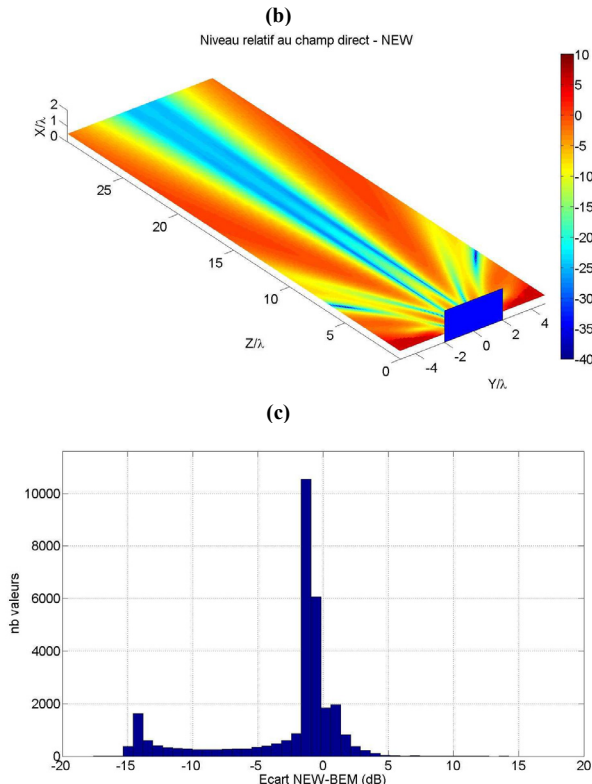


Figure 9 : Comparaison des résultats des calculs BEM (référence) et NEW (calcul simplifié) pour le cas-test BEM6 dont les données sont décrites dans la Table 2. (a) et (b) : niveau relatif au champ libre respectivement pour les modèles BEM et NEW. (c) histogramme des écarts

5. Adaptation conservative de la méthode.

Si on souhaite utiliser cette méthode pour prévoir l'efficacité d'un écran dans l'optique de réduire l'impact d'une source, il faut s'arranger pour que la méthode soit conservative. Pour ce faire, on peut borner le résultat du modèle proposé par le résultat d'un calcul énergétique obtenu en utilisant la formule de sommation énergétique (10) plutôt que la formule de sommation (9) en interférence.

L'effet obtenu est illustré sur la Figure 10 pour le cas-test BEM6.

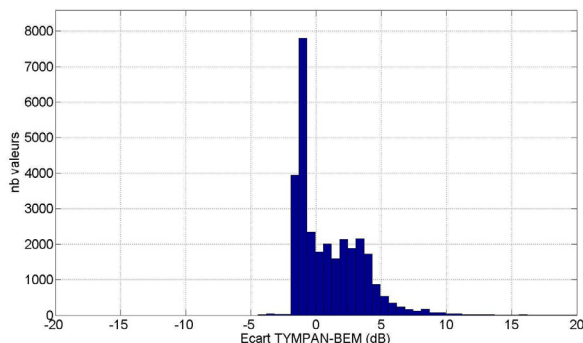


Figure 10 : Comparaison des modèles BEM et NEW pour le cas-test BEM6. Le nouvel histogramme des écarts est obtenu et doit comparé à celui présenté Figure 9 .

L'histogramme des écarts du modèle non borné montrait un certain nombre non négligeable de points pour lesquels le niveau derrière l'écran était nettement sous-évalué (aux alentours de -14 dB). Lorsque l'on borne le résultat,

l'histogramme obtenu illustre le caractère statistiquement conservatif de la méthode.

6. Conclusion

L'utilisation d'un modèle simplifié consistant à sommer en phase les 8 contributions calculées à partir de la formule de diffraction tirée de la norme ISO 9613 et à limiter le niveau relatif au champ libre à +6dB, traduit correctement l'allure des figures d'interférences. Il prévoit aussi l'essentiel des niveaux avec un écart inférieur à 5 dB.

Lorsque la source est proche de l'écran, il existe des zones d'interférences dans lesquelles le modèle ne prévoit pas correctement les niveaux. L'erreur dans ces zones peut être compensée grâce à une adaptation conservative de la méthode, en utilisant comme borne inférieure le résultat d'un calcul énergétique.

Dès que la source est assez loin de l'écran (dans notre cas 3 longueurs d'ondes), le niveau et les figures d'interférence sont correctement estimés.

Références

- [1] "Prévision du bruit routier – 2- Méthode de calcul de propagation du bruit incluant les effets météorologiques (NMPB 2008)", ISBN : 978-2-11-095825-9, Editions SETRA, 2009.
- [2] Van Maercke D., Defrance J. "Development of an Analytical Model for Sound Propagation within the HARMONOISE Project", *Acta Acustica United with Acustica* **93** (2007), 201-212
- [3] Lam, Y. W. " Using Maekawa's Chart to Calculate Finite Length Barrier Insertion Loss". *Applied Acoustics* **42** (1994), 29-40
- [4] Muradali A., Fyfe, R. "A study of 2D and 3D barrier insertion loss using improved diffraction-based methods. *Applied Acoustics* **53** (1998), 49-75
- [5] Terai, T. " On the Calculation of Sound Fields around Three Dimensional Objects by Integral Equation Methods", *Journal of Sound and Vibration* (1980), **69** 1 71-100
- [6] Cox, T.J. & d'Antonio, P. "Acoustic absorbers and diffusers – Theory, Design and application", Second Edition, ISBN10: 0-415-47174-5 , Taylor & Francis, 2009.
- [7] ISO 9613-2, 1996 " Atténuation du son lors de sa propagation à l'air libre. Méthode générale de calcul – Partie 2 "
- [8] Maekawa, Z. "Noise reduction by screens", *Applied Acoustics*, 1 (1968) 157-73.
- [9] Bruneau, M. "Manuel d'acoustique Fondamentale ", HERMES, 1998