

10ème Congrès Français d'Acoustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

Mesures d'admittance aux chevalets d'un piano droit

Antoine Chaigne

Unité de Mécanique, ENSTA ParisTech, Chemin de la Hunière 91761 Palaiseau cedex, antoine.chaigne@ensta.fr

Les mesures d'admittances aux chevalets des pianos sont délicates en raison de la rigidité de la structure et de l'amplitude relativement faible de la vitesse vibratoire. Elles sont pourtant essentielles pour comprendre, diagnostiquer et ajuster le couplage entre les cordes et la table d'harmonie. Ces mesures ont fait l'objet de controverses dans la communauté scientifique depuis une trentaine d'années, notamment en raison de suspicions sur la méthode expérimentale employée ou de la résolution fréquentielle des mesures. Dans le cadre d'un projet de simulation numérique de sons de piano, nous avons procédé à des mesures d'admittance aux chevalets (aigu et grave) afin de disposer d'une base de données la plus fiable possible, tout en identifiant les causes d'erreurs et les limites de validité des résultats obtenus. Ces mesures ont été effectuées sur une table d'harmonie cordée PLEYEL mise à notre disposition par l'ITEMM. Durant les mesures, les cordes sont étouffées et la vitesse normale du chevalet est mesurée à l'aide d'un vibromètre laser. Une première campagne de mesures a permis de comparer les résultats obtenus pour différents excitateurs : vibreur, marteaux d'impact, mailloches diverses. Une étude de variabilité a été effectuée afin d'estimer la dispersion des résultats consécutive à des variations de position de la force d'excitation et de la vitesse du chevalet. Enfin, on exploite la partie réelle des admittances mesurées afin de prédire les taux de décroissance des partiels des cordes au point de mesure. Ceux-ci sont comparés à des mesures directes sur les cordes. Après validation, les admittances sont approximées par un filtre linéaire dont on déduit la réponse impulsionnelle. Plusieurs méthodes de modélisation sont étudiées et comparées entre elles. Le filtre est enfin transformé en circuit mécanique utilisable dans un programme de synthèse, couplé avec un modèle de corde non-linéaire.

1 Introduction

L'étude présente s'inscrit dans le cadre d'une modélisation temporelle de sons de piano visant à suivre et à reproduire les principaux phénomènes vibratoires et acoustiques de l'instrument depuis l'impulsion initiale communiquée aux cordes jusqu'au son rayonné. Dans ce qui suit, on se limite à l'étude du mouvement de flexion verticale du chevalet et on appelle *admittance* (ou *mobilité*), dans le domaine fréquentiel, le rapport $Y(\omega) = V(\omega)/F(\omega)$ entre la composante verticale $V(\omega)$ de la vitesse du chevalet et la composante verticale $F(\omega)$ de la force transmise par la corde à la position d'attache de celle-ci, supposée réduite à un point.

Du point de vue de la corde, la connaissance de Y permet de fixer la condition aux limites du côté du chevalet. Des mesures pratiquées à l'autre extrémité (côté agrafe) ont montré que la mobilité y était nettement plus faible qu'au chevalet (entre 10 et 100 fois, suivant les cordes). Nous conviendrons donc de l'ignorer et nous ferons dans la suite l'hypothèse de mobilité nulle du côté de l'agrafe. Nous cherchons à étendre le domaine de fréquences des admittances mesurées par rapport aux mesures existant dans la littérature, de manière à rendre compte du couplage corde-chevalet dans le registre le plus étendu possible du piano. Nous voulons également comprendre quelques-uns des résultats observés par certains auteurs qui tendent à montrer une augmentation de la mobilité avec la fréquence [4] [5]. Nos mesures servent enfin à alimenter un modèle temporel de corde couplée au chevalet dans des conditions réalistes, étape intermédiaire avant

la mise en œuvre d'un modèle de couplage corde-table d'harmonie plus général.

2 Mesures d'admittance

Les difficultés rencontrées lors des mesures d'admittance au chevalet d'un piano sont de plusieurs ordres. Nous résumons ci-dessous les principaux choix effectués. S'agissant de mesures ponctuelles, les méthodes les plus courantes sont l'excitation impulsionnelle par marteau d'impact et l'excitation stationnaire par vibreur ou système bobine-aimant. La première méthode offre l'avantage d'un couplage quasi-nul avec l'excitateur. Par contre, l'énergie totale de l'impulsion est faible et sa largeur limite la bande fréquentielle excitée (cf la figure 1). Celle-ci est limitée par la plus faible des raideurs des deux solides en contact, c'est-à-dire ici par le bois. Il s'avère difficile d'obtenir des largeurs d'impulsions plus courtes que 0,3 ms environ, soit une fréquence de coupure de l'ordre de 6 kHz.

Le vibreur, pour sa part, est couplé à la structure et généralement peu efficace en basses fréquences ($f < 150$ Hz environ dans le cas présent), tandis que le système bobine-aimant ne permet pas de détermination aisée de la force transmise. Dans la suite, nous avons choisi de comparer entre eux les résultats obtenus respectivement par marteau d'impact B&K8203 et par un vibreur B&K4810 alimenté par un bruit blanc aléatoire. Une tête d'impédance B&K8001 est montée sur le vibreur pour mesurer la force transmise à la table. Compte

tenu de l'ordre de grandeur des admittances mesurées (environ 10^{-3} s/kg), la masse de la tête (31 g) n'influence les mesures qu'au-delà de 5 kHz. Globalement, les deux méthodes permettent d'obtenir des réponses satisfaisantes jusqu'à 4 ou 5 kHz. Au-delà de ces fréquences le vibreur est limité par sa puissance (cf les cohérences comparées des deux techniques à la figure 2). Par la suite, nous restreignons nos investigations à ce domaine de fréquences. À titre indicatif, on montre à la figure 3 une comparaison entre les parties réelles mesurées au même endroit du chevalet par les deux techniques. Sur cet exemple, on constate un très bon accord des mesures jusqu'à 2500 Hz environ, puis un écart de quelques dizaines de pour cents. La décroissance nette au-delà de 4300 Hz n'est pas due à des phénomènes vibratoires, mais au filtrage passe-bas effectué sur les signaux de force et de vitesse.

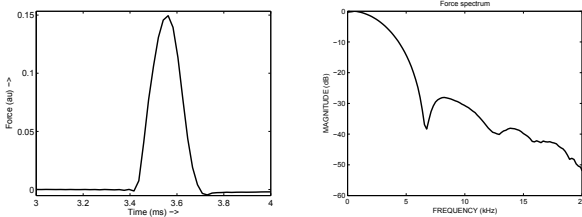


FIGURE 1 – Exemple d'impulsion délivrée par le marteau B&K8203 sur le chevalet, et spectre correspondant.

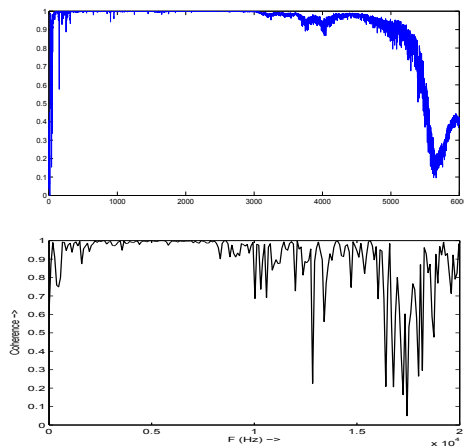


FIGURE 2 – Exemple de cohérences comparées de mesures d'admittances effectuées avec un vibreur B&K 4810 et un marteau d'impact B&K 8203.

L'amplitude de la réponse mécanique du chevalet est généralement faible en raison de la rigidité de la structure. Nous avons choisi la plupart du temps de mesurer la vitesse vibratoire par vibrométrie laser, de manière à cibler au plus près le point d'attache, et d'éviter les problèmes d'encombrement entre les attaches qu'engendrer l'emploi d'un accéléromètre.

Les mesures sont effectuées sur une table d'harmonie d'un piano droit PLEYEL muni de ses cordes. La table est montée verticalement. Dans le cas d'une excitation par vibreur, pour des raisons d'encombrement, celui-ci est fixé sur la face non cordée, au niveau du point de couplage corde-chevalet (cf. la figure 4). Nous avons vérifié

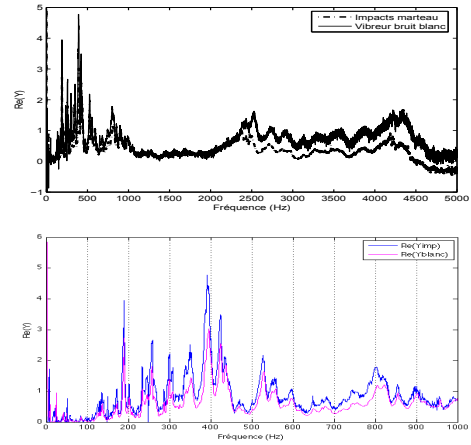


FIGURE 3 – Comparaison de la partie réelle d'une admittance au chevalet mesurée respectivement avec un marteau d'impact et un vibreur. Haut : de 0 à 5 kHz ; Bas : zoom de 0 à 1 kHz.

au préalable que la courbe de réponse obtenue était quasiment identique, pour une position donnée, quelle que soit la face choisie pour la fixation du vibreur. Toutefois, cette stratégie ne peut être réalisée pour tous les points du chevalet, en raison de la présence du barrage sur la face non cordée.

Pour les mesures d'admittance, les vibrations trans-

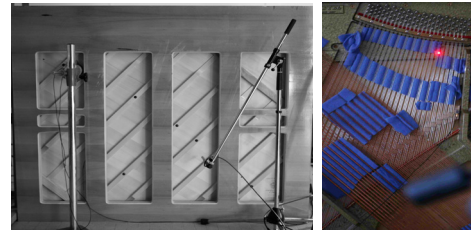


FIGURE 4 – Vues arrière et avant (côté cordes) du piano droit.

versales des cordes sont étouffées à l'aide de bandes de feutre (cf. la figure 4). Ceci ne garantit pas toutefois l'atténuation des vibrations longitudinales.

La validation des mesures de Y s'effectue tout d'abord par comparaison entre plusieurs méthodes d'excitation/réponse, et en testant la reproductibilité des mesures. Nous avons également testé la variabilité des résultats en cherchant à mettre en évidence les écarts observés sur les parties réelles et imaginaires des admittances pour différentes positions d'excitation et de réponse. Celles-ci diffèrent les unes des autres de 1 à 20 mm au maximum, soit des distances inférieures à une demi-longueur d'onde typique dans la table autour de 5 kHz (environ 5 cm). Sur la figure 5, on ne remarque pas de différences sensibles dues à la position du laser. Par contre, des variations de positions équivalents du vibreur (excitateur) provoquent des écarts sur la partie réelle au-delà de 2500 Hz. Ces écarts sont, d'ailleurs, à prendre avec précaution car les mesures au point 2 sur cette figure montrent à ces fréquences une partie réelle négative. Il est vraisemblable que ces écarts sont dus à la présence des raidisseurs sur la table. Ainsi, une excitation près d'un raidisseur (point 2) rend la mise en vibration de la table plus difficile compte tenu de l'augmenta-

tion consécutive d'impédance. Par voie de conséquence, le signal de vitesse est plus faible, et l'erreur de mesure significativement plus élevée.

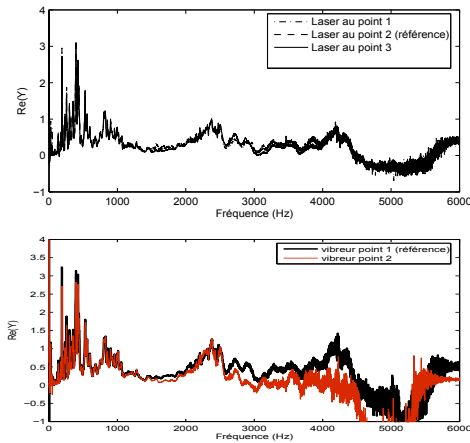


FIGURE 5 – Exemple de variabilité sur une mesure d'admittance (partie réelle). Haut : variation du point de mesure de vitesse (position du laser). Bas : variation du point d'excitation (vibreux) ; le point 2 est plus proche d'un raidisseur que le point 1.

3 Résultats et analyses

3.1 Cordes étouffées

La figure 6 montre une comparaison entre les parties réelles de l'admittance du chevalet, côté aigu, mesurées aux points de couplage avec les cordes F#7 (7ème corde en partant du haut, fondamental théorique 2960 Hz), D7 (11ème corde, 2349 Hz) et F#6 (19ème corde, 1480 Hz). Le point commun entre toutes ces courbes est de présenter, pour $f < 1$ kHz, des pics prononcés que l'on a pu identifier comme étant des modes de tables. On retrouve les mêmes pics d'une corde à l'autre, mais avec des amplitudes d'excitation différentes, ce qui est cohérent avec le fait que les points de couplage ne se trouvent pas placés aux mêmes endroits sur les déformées modales. Compte tenu des fondamentaux de ces cordes, tous largement supérieurs à 1 kHz, les modes de cordes dans cette zone du chevalet ne sont pas couplés fortement avec les modes de table. Toutefois, on les retrouve présents dans les transitoires d'attaque où ils contribuent de manière significative au “bruit de choc” caractéristique des sons de piano dans l'aigu. Entre 1 et 2,5 kHz, la partie réelle de l'admittance est globalement constante. Sa valeur moyenne est de $5 \cdot 10^{-4}$ s/kg, ce qui est cohérent avec les mesures effectuées par Conklin [3], Giordano [4] et Keane [7]. À partir de 2 kHz, on constate une légère augmentation de l'admittance qui peut être due en partie à l'effet “guide d'ondes” des raidisseurs [2] et au fait que l'épaisseur de la table est plus faible dans cette zone que vers le centre. Une analyse plus fouillée est nécessaire ici pour une bonne interprétation des résultats. Néanmoins, il est clair que l'augmentation de l'admittance conjuguée à la diminution de la longueur des cordes dans cette zone sont à l'origine du phénomène bien connu de la diminution de la durée des sons dans le registre aigu

que l'accordeur va tenter de compenser en jouant sur le désaccord entre les cordes d'un même triplet [1] [9]. La partie réelle de l'admittance n'est pas représentée au-delà de 2.5 kHz ici, le bruit de mesure pouvant conduire à des résultats paradoxaux (partie réelle négative, par exemple). De manière analogue, la figure 7 montre une

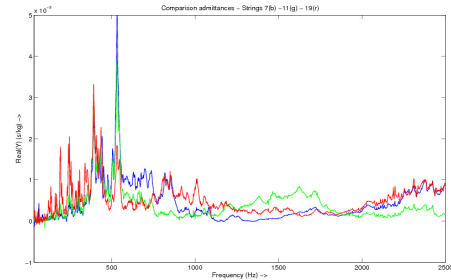


FIGURE 6 – Partie réelle de l'admittance au chevalet (côté aigu) au point de couplage entre les cordes : 7(82) - F#7(2960 Hz) (bleu) ; 11(78) - D7(2349 Hz) (vert) ; 19(70) - F#6(1480 Hz) (rouge).

comparaison entre les parties réelles des admittances mesurées aux points d'attache des cordes 19, 31 (740 Hz) et 36 (554 Hz), c'est-à-dire dans la partie médiane du grand chevalet. Qualitativement, ces courbes sont comparables aux précédentes, à ceci près que les modes de table les plus excités se trouvent à présent entre 0 et 500 Hz. Une analyse spectrale fine montre que l'on retrouve les mêmes fréquences de pics dans tous les cas, avec une bonne précision jusqu'à 1 kHz. Seules les amplitudes diffèrent d'une corde à l'autre. Pour les cordes situées dans cette partie du chevalet, il existe une plus grande probabilité de couplage fort avec les modes de table. Entre 1 et 2.5 kHz, la valeur de la partie réelle est sensiblement constante et égale à $5 \cdot 10^{-4}$ s/kg. On n'observe pas de remontée vers 2 kHz, contrairement à la partie aiguë du chevalet.

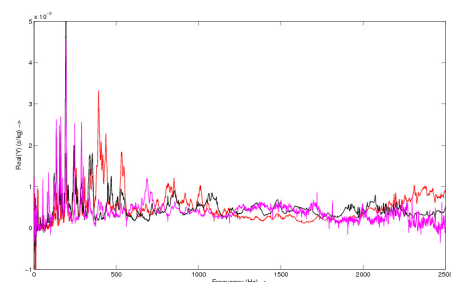


FIGURE 7 – Partie réelle de l'admittance au chevalet (côté medium) au point de couplage entre les cordes suivantes : 19(70) - F#6(1480 Hz) (rouge) ; 31(58) - F#5(740 Hz) (noir) ; 36(53) - C#5(554 Hz) (magenta).

Si l'on compare cette valeur avec celle prédite par un calcul limite valable pour une plaque en épicea infinie isotrope équivalente, soit [6] [9] :

$$Y = \frac{1}{4h^2} \sqrt{\frac{3(1-\nu^2)}{E\rho}} \quad (1)$$

où h est l'épaisseur de la table en son centre (environ 9 mm), E le module d'Young équivalent (typiquement 3.5

GPa), ρ la masse volumique (typ. 460 kg/m³) et $\nu=0.3$ le coefficient de Poisson, on aboutit plutôt à un ordre de grandeur de 10⁻³ s/kg. Cet écart est fort probablement dû aux effets conjoints des raidisseurs, des chevalet et de la présence de l'ensemble des cordes tendues qui tous concourent à augmenter la raideur de la table, et donc à diminuer sa mobilité.

Nous privilégions ici la partie réelle des admittances car nous avons pour objectif à terme l'étude du transfert d'énergie des cordes vers la table. Compte tenu de leur ordre de grandeur, les parties imaginaires n'ont qu'un effet faible sur le désaccord des cordes par comparaison avec le désaccord voulu par l'accordeur (sauf, peut-être, au voisinage de quelques résonances de table) et nous choisissons de les ignorer. Cependant, comme les admittances sont souvent représentées en module dans la littérature [3] [4] [5], il nous a paru intéressant de faire figurer au moins une ou deux courbes dans cet article. Ces courbes confirment sans surprise les résultats obtenus

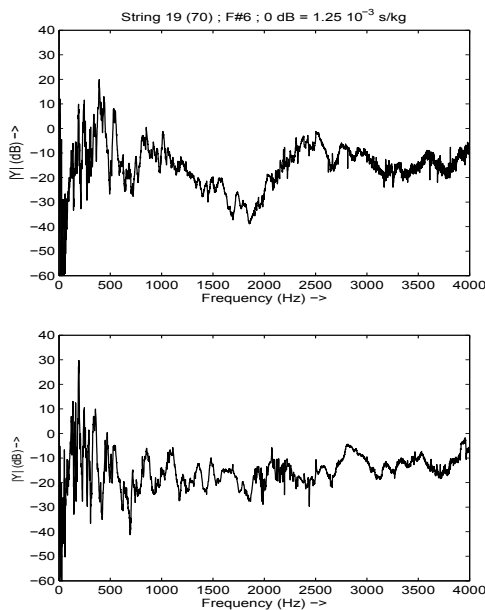


FIGURE 8 – Module de l'admittance au chevalet. Haut : Corde 19 (70) - F#6; Bas : Corde 31 (58) - F#5.

nus pour les parties réelles. Au niveau de la corde 19, on voit bien la décroissance de l'admittance entre 1 et 2 kHz suivie d'une remontée entre 2 et 2,5 kHz puis d'une stabilisation autour de sa valeur moyenne. Le creux autour de 2 kHz est à rapprocher de la déformée du chevalet à 2010 Hz (cf figure 9), comme nous l'examinerons au paragraphe 3.3.

3.2 Cordes libres

À ce stade, nous cherchons à comparer les mesures de la partie réelle des admittances au chevalet aux valeurs estimées à partir de la mesure des taux d'amortissement α (en s⁻¹) des partiels des cordes rendues libres selon l'expression [9] :

$$\Re \{Y_{est}\} = \alpha \frac{L}{T} \quad (2)$$

où T est la tension au repos de la corde et L sa longueur. Pour ces mesures, seule une des cordes d'un

triplet (ou d'un doublet) est libre, les autres restant étouffées par le feutre. les cordes sont excitées par impact, au moyen de différents maillets ou mailloches, à la manière d'un cymbalum, les marteaux n'étant pas disponibles sur la table. Ceci permet, notamment, de faire varier les caractéristiques de la frappe (position et vitesse d'impact, rigidité de l'excitateur). Le signal de vitesse au chevalet est alors analysé par des méthodes paramétriques de manière à en déduire les facteurs d'amortissement. Le principe de l'analyse, qui consiste à représenter le signal à analyser comme une somme de sinusoides décroissantes, est exposé en détail dans plusieurs autres publications et n'est pas repris ici [2] [6]. En pratique, on admet que l'estimation est correcte si l'erreur de reconstruction entre le signal de départ et sa représentation, au sens des moindres carrés, est inférieure à -30 dB, soit 10⁻³ en énergie. Le tableau

F (Hz)	$\Re \{Y_{est}\}$ s/kg	$\Re \{Y_{mes}\}$ s/kg
715	9.2 10 ⁻⁴	5.64 10 ⁻⁴
1436	1.67 10 ⁻³	3.3 10 ⁻⁴
2168	1.7 10 ⁻³	4.5 10 ⁻⁴
2900	1.5 10 ⁻³	3.7 10 ⁻⁴

TABLE 1 – Comparaison entre les parties réelles de l'admittance au chevalet estimées et mesurées, pour les 4 premiers partiels de la corde 31 (F #5).

1 montre une comparaison entre partie réelle d'admittances mesurées et estimées pour les 4 premiers partiels d'une corde F#5 (rang 31 en partant du haut) isolée. Contrairement à ce qui avait été observé dans le cas d'un prototype de monochorde [2], on remarque ici dans le cas du piano droit que les estimations sont entre 2 et 4 fois supérieures aux valeurs mesurées. Les résultats obtenus pour d'autres cordes de la même table, non reproduits ici, confirment cette tendance, même si les écarts fluctuent d'une corde à l'autre. Ceux-ci sont vraisemblablement dus à d'autres mécanismes de pertes (pertes internes aux cordes, transfert d'énergie vers les longueurs mortes,...) qui nécessitent des investigations plus approfondies.

3.3 Mouvement du chevalet aigu

Les écarts entre les admittances mesurées d'une corde à l'autre le long du chevalet sont à rapprocher de la mobilité de celui-ci. Afin de l'étudier dans sa globalité, nous avons procédé à une mesure par vibrométrie laser à balayage le long du chevalet aigu sur environ un millier de points. Nous en avons extrait une quinzaine de déformées qui correspondent aux amplitudes maximales. La figure 9 montre deux exemples particuliers de déformées obtenues respectivement à 1060 et 2010 Hz. On voit que ces déformées s'identifient quasiment aux premiers modes de vibration d'une poutre libre aux deux extrémités. Tout se passe comme si la table, de raideur globalement faible par rapport au chevalet, n'avait que peu d'effet sur ces modes. En réalité, le chevalet aigu n'est libre qu'à une extrémité. Cependant, il est creusé sur plus de la moitié de son épaisseur à l'autre extrémité de manière à permettre à une barre du cadre de passer,

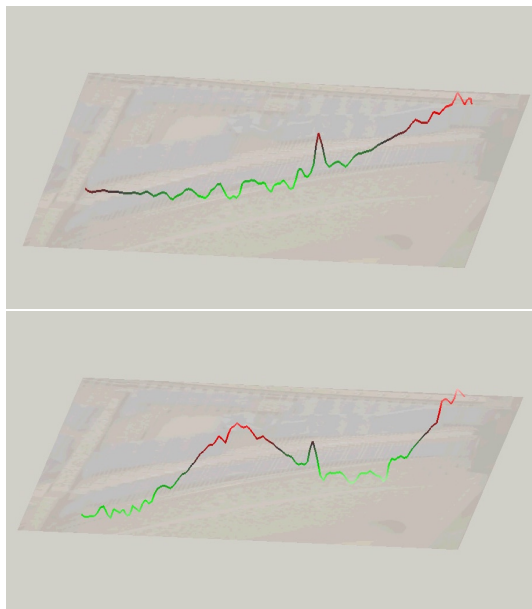


FIGURE 9 – Déformées du chevalet aigu à 1060 Hz (haut) et 2010 Hz (bas) mesurées par vibrométrie laser à balayage.

et se prolonge vers les fréquences “moyennes”. Sachant que la raideur diminue en $1/h^3$, cette découpe dans le chevalet équivaut quasiment à une extrémité libre, du moins pour les premiers modes.

La visualisation d’ensemble du chevalet illustre bien le fait que la mobilité subit des variations sensibles d’une corde à l’autre, avec des variations importantes suivant les fréquences. de plus, on peut voir sur les déformées l’existence de points quasi-fixes (visibles sous formes de “pointes” sur la figure 9) qui correspondent précisément aux endroits où le chevalet est vissé sur la table. Peu d’énergie peut donc être transmise des cordes vers la table autour de ces points.

4 Modélisation

Les mesures d’admittances sont mises à profit pour construire des modèles de conditions aux limites réalistes pour chaque corde. Celles-ci sont destinées à être utilisées dans un modèle temporel, simulant les vibrations linéaires ou non de cordes couplées au chevalet. On calcule tout d’abord la réponse impulsionnelle de l’admittance. Nous avons comparé entre elles deux méthodes : la transformée de Fourier inverse, et la modélisation par un filtre à réponse impulsionnelle finie (RIF), par exemple en exploitant la fonction `invfreqz` dans Matlab © (cf la figure 10). Les résultats obtenus sont comparables dans les deux cas (cf la figure 11). En raison du bruit, la réponse impulsionnelle obtenue par FFT inverse comporte toujours, peu ou prou, une partie non causale que l’on a l’habitude de négliger. La méthode RIF n’a pas ces problèmes mais, en revanche, demande un ordre élevé pour pouvoir reproduire des pics fréquentiels très sélectifs. On peut constater en effet sur la figure 10 que la courbe de réponse du filtre a du mal à reproduire certains modes de table de fréquences inférieures à 400 Hz. En conséquence, l’amortissement de ces modes est surestimé dans le modèle.

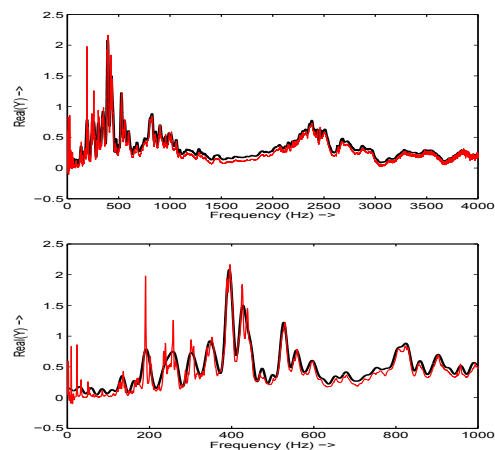


FIGURE 10 – Comparaison entre la partie réelle de l’admittance mesurée au chevalet (rouge) et du modèle de filtre à réponse impulsionnelle finie (noir) pour la corde 19. La courbe du bas représente un agrandissement de celle du haut entre 0 et 1 kHz.

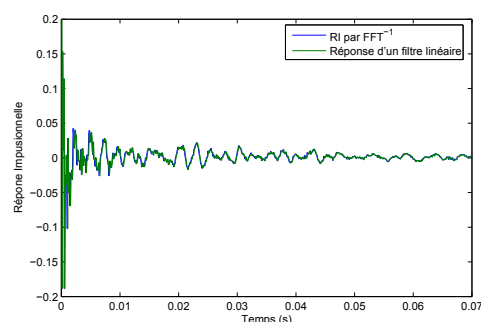


FIGURE 11 – Comparaison de deux réponses impulsionnelles obtenues respectivement par FFT inverse et par `invfreqz`.

On devrait pouvoir améliorer ce résultat en appliquant la fonction `invfreqz` sur une courbe de réponse dont on aura préalablement déformé de manière non linéaire l’échelle des fréquences afin d’attribuer plus de poids relatif aux zones qui présentent des variations brutales d’amplitudes sur une faible largeur fréquentielle. La réponse impulsionnelle est alors modélisée comme la somme des réponses impulsionnelles de N oscillateurs mécaniques à trois paramètres (masse, raideur, amortisseur). On utilise pour cela une version modifiée de la méthode ESPRIT dans laquelle la phase est imposée. Les paramètres de l’oscillateur sont alors obtenus par analyse paramétrique à partir des amplitudes, des fréquences et des amortissements. Compte tenu de cette contrainte sur la phase, la représentation de Y est équivalente à un développement modal au point d’excitation par la corde [10]. La figure 12 montre un résultat de modélisation pour l’admittance au point de fixation de la corde C2 à l’aide de $N=100$ oscillateurs. La qualité de la modélisation obtenue dépend en grande partie de la bonne estimation du nombre d’oscillateurs nécessaires. Un bon ordre de grandeur pour N peut être obtenu à partir d’un calcul de la densité modale d_m pour une table isotrope équivalente. Soit $S = L_x L_y$ l’aire de la

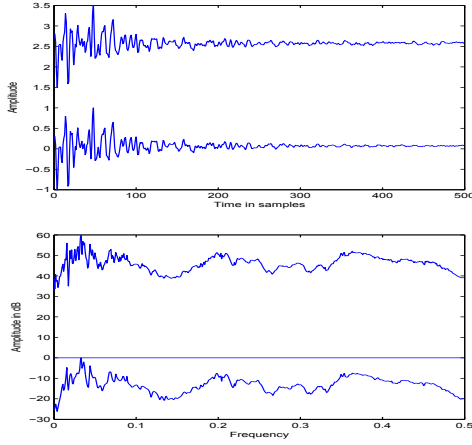


FIGURE 12 – (Dessus) Comparaison entre la réponse impulsionnelle déduite de la mesure de l’admittance (haut) et celle obtenue à l’aide d’un modèle constitué de 100 oscillateurs (bas). Corde C2 (73) - 61.7 Hz. (Dessous) Modules d’admittance correspondants (dB arbitraire, fréquences adimensionnées).

table, on a, en effet [9] :

$$d_m^2 = 4S^2Y \sqrt{\frac{3\rho^3(1-\nu^2)}{E}}. \quad (3)$$

En prenant $Y = 5 \cdot 10^{-4}$ s/kg la valeur asymptotique (moyenne) mesurée plus haut et $S = 1,4$ m², les autres paramètres ayant les valeurs typiques mentionnées plus haut pour l’épicéa, on trouve $d_m = 0,032$ modes par Hz, soit un écart fréquentiel moyen de l’ordre de 30 Hz. Sur un intervalle de 5 kHz, on peut donc s’attendre à avoir environ 160 modes. En pratique, cependant, tous les modes ne sont pas excités en un point donné et certains le sont avec une amplitude si faible que les conditions de mesures ne parviennent pas à les détecter. En pratique, les valeurs de N convenables se situent dans l’intervalle entre 80 et 120. Signalons à ce propos que Ege et coll. ont utilisé récemment des techniques de traitement de signaux (critère Ester) dans le même but d’estimer le nombre optimal de sinusôides lors de l’emploi de l’analyse paramétrique ESPRIT [11].

5 Conclusion

Dans cet article, nous avons présenté les mesures d’admittance aux chevalets d’un piano droit. Nous avons mis en œuvre plusieurs types d’analyse et d’expérimentation de manière à valider nos mesures : comparaison des techniques d’excitation, variabilité due aux positions d’excitation et d’observation, analyse vibratoire globale du chevalet. Des comparaisons ont également été effectuées avec plusieurs autres séries de mesures disponibles dans la littérature. Les mesures ont été examinées et discutées à la lumière de quelques résultats théoriques simplifiés de la théorie des plaques. Nous avons présenté enfin la démarche générale de modélisation des admittances destinée à permettre à terme la simulation temporelle de cordes couplées au chevalet.

Remerciements

L’auteur tient à remercier l’ITEMM pour le prêt des tables d’harmonie ayant servi aux mesures.

Références

- [1] Weinreich, G., “Coupled piano strings”, *J. Acoust. Soc. Am.* 62(6), 1474-1484 (1977).
- [2] Ege, K., Chaigne A., “End conditions of piano strings”, *Proceedings of ISMA 2007*, Barcelona (2007).
- [3] Conklin, H. A., “Design and tone in the mechanoacoustic piano. Part II. Piano structure”, *J. Acoust. Soc. Am.* 100(2), 695-708 (1996).
- [4] Giordano, N., “Mechanical impedance of a piano soundboard”, *J. Acoust. Soc. Am.* 103(4) 2128-2133 (1998).
- [5] Wogram, K., “Acoustical research on pianos : vibrational characteristics of the soundboard”, *Das Musikinstrument* 24, 694-702, 776-782, 872-880 (1980).
- [6] Ege, K., “La table d’harmonie du piano - Études modales en basses et moyennes fréquences”, *Thèse de doctorat de l’École polytechnique* (2009).
- [7] Keane, M., “An evaluation of piano sound and vibration leading to improvements through modification of the material properties of the structure”, *PhD Thesis*, The University of Auckland, (2006).
- [8] Nakamura, I., “Vibrational and acoustic characteristics of soundboard (Acoustical research on the piano, part 3)”, *J. Acoust. Soc. Jpn (E)*14,6, 429-439 (1996).
- [9] Chaigne, A., Kergomard, J., *Acoustique des instruments de musique*, Belin, Paris (2008).
- [10] Chaigne, A., “Linear string-soundboard coupling in pianos”, *International Congress on Acoustics*, Sydney (2010). (submitted).
- [11] Ege, K., Boutillon, X., David, B., “High-resolution modal analysis”. *Journal of Sound and Vibration* 325(4-5) 852-869 (2009).