

# 10ème Congrès Français d'Acoustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

## Tomographie Infrason de l'atmosphère

Lalande J. M.<sup>1</sup>, Blanc E.<sup>1</sup>, Le Pichon A.<sup>1</sup>, Blanc-Benon P.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>CEA/DIF/DASE, Bruyères-le-Châtel, Arpajon, France

<sup>2</sup>LMFA, UMR CNRS 5509, Ecully, Ecole Centrale de Lyon, France

Dans le cadre du Traité d'Interdiction Complète des Essais Nucléaire (TICE), un réseau de 60 stations microbarométriques doit être mis en place afin de surveiller les sources d'explosions en surface et dans l'atmosphère. Le CEA/DASE a pour mission l'installation et la maintenance de certaines de ces stations, ainsi que l'élaboration des méthodes de traitement des données pour la surveillance des émissions infrasons.

L'intérêt croissant des mesures infrasons pour l'étude de l'atmosphère résulte du manque de données aux hautes altitudes (> 50 km). Des études portant sur les émissions infrasons de différentes sources explosives ont déjà permis de montrer l'intérêt de ces données pour la validation des modèles atmosphériques. Cependant, ces études ont aussi montré que les modèles atmosphériques actuellement utilisés (modèle NRL-G2S du Naval Research Laboratory, Washington) ne permettent d'expliquer qu'en partie les observations faites aux stations de mesures infrasons. Il existe en effet des biais systématiques entre observations et simulations (notamment lors de l'inversion des vents durant les transitions Hiver-Eté/Été-Hiver).

Une des thématiques de recherche du CEA, en collaboration avec le LMFA de l'Ecole Centrale Lyon, concerne la mise en place des méthodes d'inversions des signaux infrasons afin de retrouver certaines caractéristiques météorologiques de l'atmosphère (vitesses des vents, températures, ...).

Nous présenterons une méthode d'inversion de ces données, les méthodes utilisées pour la régularisation de ce problème inverse et les résultats des expériences jumelles réalisées (inversion de données synthétiques).

### 1 Le problème direct : Tracé de rayons 1D

Nous utilisons le modèle direct Tau-p de Buland & Chapman [1] pour le calcul des temps de trajet. Ce modèle est issu de la sismologie et a été reformulé dans le cadre de la propagation acoustique dans une atmosphère inhomogène stratifiée sous l'influence de vents verticaux [2].

On s'intéresse à la propagation acoustique dans son approximation géométrique donnant la variation du vecteur position du front d'onde et la normale au front en fonction du temps,

$$\frac{\partial \vec{r}}{\partial t} = c\vec{n} + \vec{u} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{n}}{\partial t} = (\vec{n} \cdot \nabla \vec{V})\vec{n} - \nabla \vec{V} \quad (2)$$

Où  $\vec{V} = c + \vec{n} \cdot \vec{u}$  est la vitesse effective du son,  $\vec{r}$  le vecteur position,  $\vec{n}$  la normale au front d'onde et  $\vec{u}$  le vecteur vent. Le problème est simplifié en considérant des profils de vents 1D pour lesquels la composante verticale et le gradient horizontal sont nuls. Les vents sont décrits dans le système de coordonnées stationnaire cartésien  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  par,

$$\vec{u} = u(z)\vec{e}_x + v(z)\vec{e}_y + 0\vec{e}_z \quad (3)$$

La normale au front d'onde est donnée dans le système de coordonnées cartésien  $(\vec{e}'_x, \vec{e}'_y, \vec{e}'_z)$  se déplaçant avec le front d'onde,

$$\vec{n} = \alpha \vec{e}'_x + \beta \vec{e}'_y + \gamma \vec{e}'_z \quad (4)$$

L'expression des équations (1) et (2) pour chacune des coordonnées cartésiennes nous donne un système de six équations différentielles,

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \alpha c + u, & \frac{dy}{dt} = \beta c + v, & \frac{dz}{dt} = \gamma c, \\ \frac{d\alpha}{dt} = \alpha \gamma \frac{dV}{dz}, & \frac{d\beta}{dt} = \beta \gamma \frac{dV}{dz}, & \frac{d\gamma}{dt} = (\gamma^2 - 1) \frac{dV}{dz} \end{cases} \quad (5)$$

Où  $V = c + \alpha u + \beta v$

Considérons une propagation le long d'un azimut fixe  $\beta = 0$ , la normale  $\vec{n}$  se situe alors dans le plan (x-z), et on a,

$$\frac{d\alpha}{dt} = \alpha \gamma \left( \frac{1}{\alpha} \frac{dc}{dz} + \frac{du}{dz} \right) \quad (6)$$

L'équation (5) permet d'introduire le paramètre de ray p qui reste constant le long d'un trajet. Dans un milieu stationnaire, le paramètre de ray est défini comme  $p = \alpha / c$ . Dans un milieu en mouvement on obtient,

$$p = \frac{\alpha}{c} \left( 1 + \alpha \frac{u}{c} \right)^{-1} \quad (7)$$

Finalement, le calcul du temps de trajet, de la distance horizontale et de l'offset transverse le long d'un rayon, caractérisé par son paramètre de rai  $p$ , se fait via les formes intégrales,

$$T(p) = \int_c s(z)^2 \left( (s(z)^2 - \frac{p^2}{(1-pu(z))^2})^{-1/2} \right) dz \quad (8)$$

$$X(p) = \int_c \left( \frac{p}{1-pu(z)} - s(z)^2 u(z) \right) \left( (s(z)^2 - \frac{p^2}{(1-pu(z))^2})^{-1/2} \right) dz \quad (9)$$

$$Y(p) = \int_c s(z)^2 v(z) \left( (s(z)^2 - \frac{p^2}{(1-pu(z))^2})^{-1/2} \right) dz \quad (10)$$

Les équations (10) et (11) permettent de calculer la déviation d'azimut du rayon, c'est-à-dire la différence entre l'angle avec lequel on voit arriver le front d'onde et l'angle avec lequel celui-ci a été effectivement tiré.

Les intégrales (9), (10) et (11) ont une singularité au dénominateur due à la présence de la racine qui est à l'origine d'erreurs numériques si le schéma de calcul de ces intégrales n'est pas adapté (Figure 1). Dans la formulation d'origine de Tau-p, une transformation de Legendre est effectuée. Elle fait apparaître le paramètre  $\tau$  dans lequel on ne retrouve pas la singularité des intégrales (9), (10) et (11). Cette transformation permet de calculer numériquement les intégrales en utilisant un pas d'intégration en  $z$  constant.

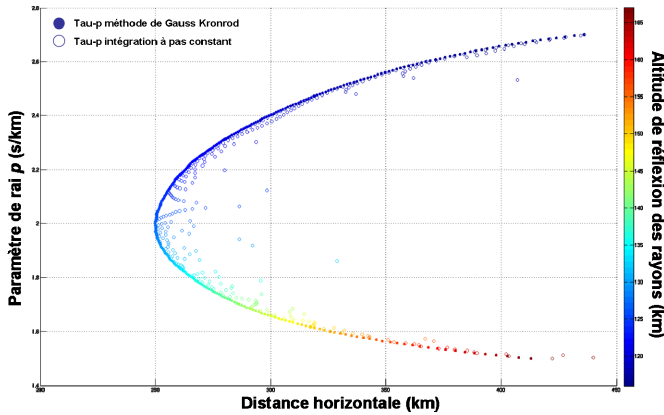


Figure 1. Distance du premier rebond par rapport à la station en fonction du paramètre de rai pour la méthode Tau-p à pas d'intégration constant et avec la méthode de Gauss-Kronrod

Dans le cadre de l'inversion, Les erreurs numériques introduites par l'utilisation d'un pas d'intégration constant ne sont pas acceptable. Nous avons donc choisi d'utiliser une méthode d'intégration à pas variable du type Gauss-Kronrod qui permet d'améliorer de manière drastique la précision du calcul au point de réfraction du rayon (Figure 1).

## 2 Méthodologie pour l'inversion

### 2.1 Formulation variationnelle

L'approche variationnelle consiste à formuler le problème inverse sous la forme de la minimisation d'une

fonctionnelle d'erreur (aussi appelée fonction coût) entre les mesures observées et les mesures simulées par le modèle direct. La fonction coût généralement utilisée par cette approche traduit les écarts au sens des moindres carrés. La résolution du problème inverse est donc équivalente à la minimisation de la fonction,

$$J(x) = \frac{1}{2} (H(g(\bar{x})) - \bar{y}^0)^T R^{-1} (H(g(\bar{x})) - \bar{y}^0) + \frac{1}{2} (\bar{x} - \bar{x}_{prior})^T B^{-1} (\bar{x} - \bar{x}_{prior}) \quad (11)$$

Avec

$\bar{x}$  le vecteur des paramètres du modèle direct

$g(\bar{x})$  l'opérateur de résolution du modèle direct

$\bar{y}^0$  les données observées

$R$  la matrice de variance-covariance sur les données

$\bar{x}_{prior}$  l'information a priori sur le modèle

$B$  la matrice de variance-covariance sur le modèle a priori

### 2.2 Méthode de l'état adjoint

Soit  $g$  un opérateur de  $\mathbb{R}^M$  dans  $\mathbb{R}^N$  reliant le vecteur d'entrée  $\bar{x}$  de  $\mathbb{R}^M$  au vecteur sortie  $\bar{y}$  de  $\mathbb{R}^N$ ,

$$\bar{y} = g(\bar{x}) \quad (15)$$

On définit l'application linéaire tangent  $\mathbb{R}^M$  dans  $\mathbb{R}^N$  de l'opérateur  $g$  en  $\bar{x}$ , noté  $G$ , intervenant dans le développement limité au premier ordre,

$$g(x + \delta x) = g(x) + G(x)\delta x + O(\|\delta x\|^2) \quad (12)$$

Où  $\delta x$  est un élément de perturbation du vecteur  $\bar{x}$ . L'opérateur linéaire tangent correspond donc à la jacobienne de  $g$ .

Soit un opérateur  $G$  quelconque de  $\mathbb{R}^M$  dans  $\mathbb{R}^N$ , avec  $\mathbb{R}^M$  et  $\mathbb{R}^N$  munis de deux produits scalaires  $(\cdot)_1$  et  $(\cdot)_2$ . On démontre qu'il existe un opérateur linéaire  $G^* : \mathbb{R}^M \rightarrow \mathbb{R}^N$  vérifiant,

$$\forall u \in \mathbb{R}^M, \forall v \in \mathbb{R}^N, (Gu, v)_1 = (u, G^*v)_2 \quad (13)$$

L'opérateur  $G^*$  est appelé l'opérateur adjoint de  $G$ . Dans le cas où les produits scalaires sont pris comme étant le produit scalaire euclidien, alors  $G^*$  est simplement la transposé de  $G$ . On écrit alors,

$$\forall u \in \mathbb{R}^M, \forall v \in \mathbb{R}^N, \langle Gu, v \rangle = \langle u, G^T v \rangle \quad (14)$$

Où  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  représente le produit scalaire euclidien.

La méthode d'inversion dite de l'état adjoint nous permet de calculer le gradient de la fonction coût. Ce gradient est donné par la relation,

$$\left( \frac{\partial J}{\partial x} \right)^T = G^T C_D^{-1} (g(\bar{x}) - \bar{y}_{obs}) + C_M^{-1} (\bar{x} - \bar{x}_{prior}) \quad (15)$$

Il donne une direction de descente  $\hat{d}_k$  pour la minimisation de la fonction coût,

$$\hat{d}_k = -\left(\frac{\partial J}{\partial x}\right)_k^T \quad (16)$$

Le principe est de générer une suite de solution par descente de gradient à partir d'une solution initiale  $\vec{x}_{prior}$ , la suite de solution est donnée par,

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k d_k \quad (17)$$

Où  $\alpha_k > 0$  est paramètre définissant la taille du pas de descente de gradient, ce paramètre est calculer par le minimiseur choisit par l'utilisateur.

### 2.3 Une méthode de régularisation du problème inverse

Dans la majorité des problèmes inverses rencontrés en géophysique, les données disponibles sont insuffisantes par rapport aux nombres d'inconnus du modèle. Le cas de la tomographie infrason de l'atmosphère est particulièrement sous-déterminé, en effet, dans de nombreux cas, un événement infrason (explosion, éruption volcanique, entrée de météorite dans l'atmosphère,...) ne sera mesuré que sur une seule station du réseau de surveillance, réduisant les données aux temps d'arrivées (si l'on connaît le temps origine), déviations d'azimuts et vitesses de passages pour chacune des phases observées. On souhaite contrôler, grâce à ces paramètres, les profils de vents méridiens et zonaux jusqu'à des altitudes d'environ 120 km (altitudes au-delà desquelles l'atténuation des phases est trop importantes pour être détectées par le réseau).

Afin de réduire le nombre d'inconnus, on effectue une Analyse en Composante Principale (ACP) des modèles de vents disponibles. Cette technique a pour but de projeter les profils dans une base de fonctions orthogonales définies par les axes selon lesquels la variance des données est maximale. On peut ainsi décrire les profils de vents avec un nombre réduit de composantes.

Nous disposons des modèles de vents HWM07 (modèle empirique) et NRL-G2S (combinaison d'un modèle numérique de prédiction et du modèle HWM93). L'Analyse en composante principale a été appliquée à ces modèles et a permis de montrer l'intérêt de cette technique pour la reconstruction de profils de vents avec un ensemble réduit de paramètres. Nous présentons uniquement les résultats obtenus dans le cas du modèle NRL-G2S (Figure 2).

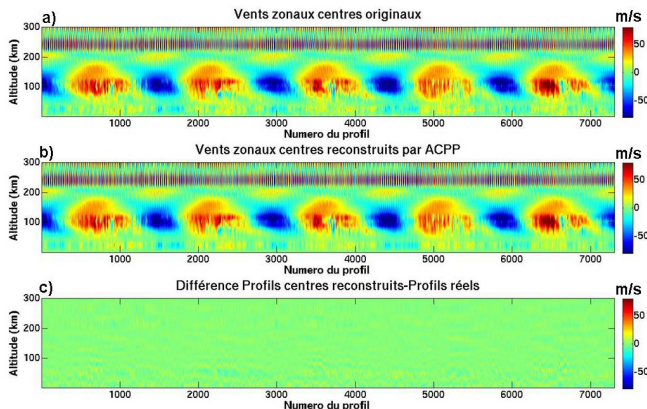


Figure 2. a) Vents zonaux du modèle NRL-G2S centrés b) Vents zonaux centrés reconstruits par l'ACP c) Résidus entre profils NRL G2S et profils reconstruits

La décomposition de ce modèle permet d'extraire un certain nombre de fonctions orthogonales (Figure 3). On choisit le nombre de fonctions orthogonales (EOFs) grâce à la variance totale que celle-ci permettent d'expliquer, celle-ci étant reliée aux valeurs propres des axes principaux. Nous utilisons les EOFs permettant d'expliquer variance à 99% de la variabilité des vents.

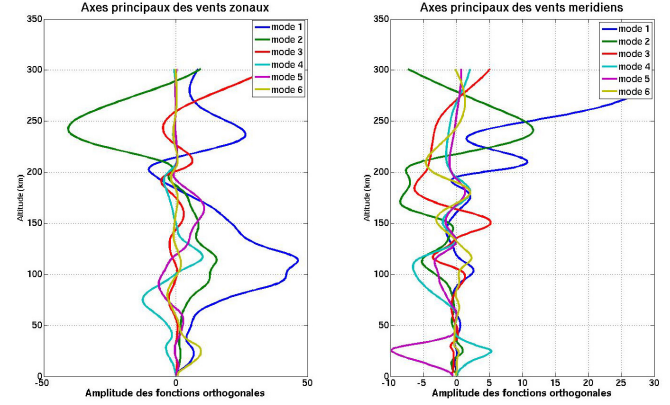


Figure 3. Fonctions Orthogonales (EOFs) ou axes principaux obtenus par la décomposition ACP

## 3 Résultat d'une expérience jumelle

On teste la validité de la méthode et ses limites en menant des expériences jumelles. Ces expériences consistent en la génération de données synthétiques par la méthode directe utilisée dans le problème inverse. On lance ensuite une inversion en utilisant un modèle erroné, on souhaite en fait retrouver le profil ayant généré les données (Figure 4). Les données du modèle direct que l'on utilise sont les temps d'arrivées, déviations d'azimuts et location de la station de mesure. Le modèle initial est constitué des vitesses de passages, azimuts de détections observées à la station et un modèle de vent erroné que l'on cherche à contrôler.

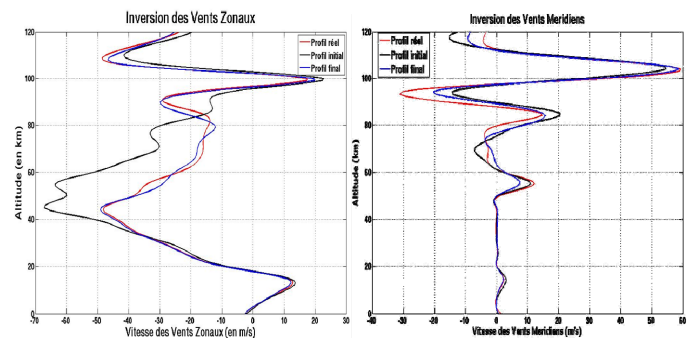


Figure 4. Profils de vents zonaux et méridiens obtenus lors d'une expérience jumelle

## 4 Conclusion

Les résultats d'inversions obtenus montrent que dans certains cas l'algorithme d'inversion est capable d'améliorer de manière significative les profils de vents (Figure 4). Cependant, certains points du programme nécessitent une attention particulière. Par exemple, la méthode de calcul d'intégrale ne parvient pas à converger correctement dans certaines configurations d'atmosphères et celle-ci est susceptible de diverger dans certains cas plus

rares qu'il conviendrait de bien définir. Ces deux erreurs mènent respectivement à une inversion peu satisfaisante et à l'arrêt du programme. Par ailleurs, le calcul des rayons au point de réfraction du rayon ne semble jamais totalement satisfaisants, en effet on observe des erreurs systématiques, même lorsque le calcul se déroule apparemment bien, cela semble être du au choix d'un pas d'intégration selon l'altitude. Ces erreurs sont plus marquées pour les phases stratosphériques, rendant impossible l'inversion de celle-ci, le programme se limite donc actuellement à l'inversion des phases thermosphériques.

Les limites du code actuel ont permis de définir des nouveaux besoins. Parmi ces nouveaux besoins on peut citer la nécessité de bien maîtriser toutes les étapes du calcul, notamment au niveau du calcul des intégrales qui peuvent poser problème ainsi que la nécessité de bien calculer le comportement du rayon au point de réfraction, notamment dans le cas des phases stratosphériques car il est courant de voir un rayon qui était initialement thermosphérique devenir stratosphérique au cours de l'inversion.

L'expérience acquise en matière de codage de modèle adjoint nous permet d'envisager l'utilisation d'une méthode de calcul direct plus robuste [3, 4], qui à l'avantage de traiter les problèmes mis en évidence par la méthode Tau-p et qui permettra de plus, une généralisation du problème à la symétrie sphérique [5] et aux modèles de vents 3D plus directe.

## Références

- [1] Buland, R. & Chapman, C., 1983. The computation of seismic travel times, Bull. Seism. Soc. Am., 73, 1271-1302.
- [2] Garcès, M. A., Hansen, R. A. & Lindquist K. G., 1998, Traveltimes for infrasonic waves propagating in a stratified atmosphere, Geophys. J. Int., 135, 255-263.
- [3] Virieux, J., Farra, V., 1991, Ray tracing in 3-D complex isotropic media : An analysis of the problem, Geophysics, vol. 56, No 12, 2057-2069.
- [4] Virieux, J., Garnier, N., Blanc, E., Dessa, J.-X., 2004, Paraxial ray tracing for atmospheric wave propagation, Geophys. Res. Letter, Vol. 31.
- [5] Dessa, J.-X., Virieux, J., Lambotte, S., 2005, Infrasound modeling in a spherical heterogeneous atmosphere, Geophys. Res. Letter, Vol. 32.