

Rayonnement acoustique d'un bruit de contact intermittent entre l'extrémité d'une poutre et une plaque bafflée.

B. Laulagnet

Laboratoire Vibrations Acoustique INSA de Lyon
20 Bis avenue J. Capelle, F-69621 Villeurbanne Cedex, {bernard.laulagnet}@insa-lyon.fr

Dans le contexte de l'acoustique de l'habitacle automobile, il existe des bruits de faible amplitude, mais qui pourtant peuvent être considérablement gênants et qui déprécient l'image qu'ont les utilisateurs du véhicule. Il s'agit des bruits de contact intermittents entre pièces présentant des jeux fonctionnels (au niveau de la planche de bord par exemple). Le bruit est plus remarqué par sa signature temporelle caractéristique, par son caractère intermittent, que par son amplitude et sont « classés » dans la rubrique « Rattle noise »

Le but de cet exposé est de présenter une modélisation des bruits de contact intermittents pour le cas, encore académique, d'une poutre en flexion dont l'extrémité vient heurter une plaque bafflée qui joue le rôle de radiateur acoustique. Les équations du mouvement de la plaque et de la poutre évoluant toutes les deux en flexion sont résolues en temps, en utilisant un schéma explicite. A chaque pas de temps, une force de contact est calculée pour éviter la pénétration dans la zone du contact (équation de continuité du déplacement normal du point de contact). On calcule la réponse temporelle de l'ensemble, pour une excitation de la poutre (le heurtoir) sous charge extérieure constante. Lorsque le jeu initial est compensé par la flèche dynamique de l'extrémité de la poutre, le système poutre-plaque rentre en vibrations causées par le contact ponctuel, normal et intermittent des deux corps. On calcule ensuite le rayonnement acoustique en champ libre semi infini. Les simulations numériques montrent l'importance de certains paramètres sur l'acoustique rayonnée, comme le jeu initial entre les deux corps, mais aussi, la position du point d'écoute (directivité du champ, champ lointain et proche) et enfin les paramètres structuraux. Des synthèses sonores de quelques secondes sont calculées puis jouées à partir des fichiers temporels qui montrent la sensibilité de certains paramètres de la modélisation.

1 Introduction

Les bruits de contact intermittents sont généralement plus gênants par leur signature caractéristique d'une situation acoustique anormale, que par un aspect quantitatif. En effet, ils apparaissent la plupart du temps à l'auditeur lorsque le bruit ambiant indifférencié est relativement faible, émergeant alors avec plus ou moins d'insistance. Ils sont la plupart du temps chargés de sens, et dans le contexte automobile, l'utilisateur l'interprète vite comme un signe de mauvaise conception, qui va bien au-delà de la sphère du confort acoustique et qui rejaillit sur le jugement global qu'il peut se faire de son véhicule. Le domaine des bruits dits de « Rattle » est donc très sensible sur l'image de marque et il convient d'essayer à tout prix d'en limiter les effets. Le but de cet exposé est de présenter, une modélisation simple d'un bruit de contact intermittent.

Le modèle prend en compte, un jeu initial entre deux pièces dont l'une joue le rôle de radiateur acoustique, dans un volume semi-infini. Le heurtoir est une poutre, qui, poussée par une force constante, fléchit, et compense le jeu initial qui la sépare d'une plaque bafflée, qui rayonne à son tour. Pour un jeu initial donné, et pour une poutre donnée, on présente l'influence des caractéristiques mécaniques de différentes plaques heurtées, sur le bruit de contact intermittent. Lorsque les raideurs de la poutre et de la plaque sont voisines, on peut définir une fréquence de contact, qui donne une idée assez précise du rythme auquel

les contacts intermittents apparaissent. Des simulations d'échantillons temporels d'une seconde sont ainsi calculés et écoutés. Du fait du caractère discontinu de l'effort de contact, inhérent à la méthode de résolution, les écoutes des fichiers « wave » nécessitent tout de même un filtrage, pour limiter l'importance des discontinuités d'accélération de la plaque heurtée et de la pression rayonnée résultante.

2 Présentation du problème

On donne en figure 1 un schéma synoptique dans le plan du contact de la plaque excitée par la poutre poussée par un effort extérieur constant.

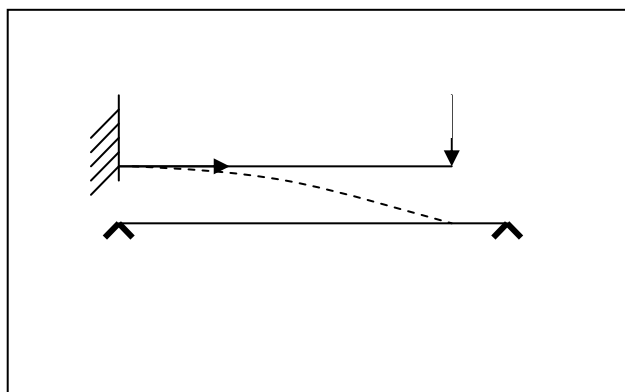


Figure 1 : Schéma synoptique poutre-plaque et son jeu initial

2.1 Equations du problème

Une force d'amplitude F constante est appliquée à l'extrémité de la poutre, qui fléchit et rentre en contact avec la plaque en M_e , lorsque le jeu e est comblé. Ce problème est la plupart du temps traité sous la forme d'un seul impact, imposé par une bille [1-2]. Il s'agit donc d'un problème de rayonnement de plaque impactée qu'une seule fois et non d'un problème de « Rattle » qui s'en démarque par la prise en compte de deux structures, d'un jeu initial et du caractère aléatoire de l'effort de contact. La théorie d'Hertz est généralement utilisée dès lors que l'on connaît la vitesse initiale avant l'impact. Dans le cas du « Rattle », la vitesse avant les impacts multiples n'est à priori pas connue et l'effort de contact est une inconnue du problème [3]. En l'absence de contact, notre problème est régi par les équations :

$$EI \frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4} + \rho S \ddot{u}(x,t) = F \delta(x-x_e) \quad (1)$$

$$D \Delta^2 w(x,y,t) + \rho h \ddot{w}(x,y,t) = 0 \quad (2)$$

et en présence de contact par :

$$EI \frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4} + \rho S \ddot{u}(x,t) + \lambda \delta(x-x_e) = F \delta(x-x_e) \quad (3)$$

$$D \Delta^2 w(x,y,t) + \rho h \ddot{w}(x,y,t) - \lambda \delta(x-x_e) \delta(y-y_e) = 0 \quad (4)$$

$$u(x_e, t) = w(x_e, y_e, t) + e \quad (5)$$

A la fois la poutre et la plaque sont supposées vibrer en flexion pure. E, I, ρ, S représentent respectivement le module d'Young, l'inertie de flexion, la masse volumique et la section droite de la poutre. D, h sont respectivement la rigidité et l'épaisseur de la plaque. Δ^2 est l'opérateur bilaplacien, et $u(x,t), w(x,y,t)$ sont respectivement les déplacements transverses de poutre et de plaque ; $\ddot{u}(x,t), \ddot{w}(x,y,t)$ les accélérations correspondantes. δ symbolise la distribution de Dirac au point de coordonnée longitudinale x_e .

Comme présenté auparavant, quand les corps se touchent les équations du mouvement des corps en contact intègrent la force de contact λ . L'ensemble des équations (3) (4) suppose que le contact est ponctuel en M_e de coordonnées (x_e, y_e) . La condition (5) représente la relation de continuité des déplacements durant la phase de contact.

Dans la suite, l'équation de poutre est discrétisée en utilisant la méthode des éléments finis. Les équations pour la poutre deviennent:

$$[M] \ddot{u} + \beta [K] \dot{u} + [K] u = [F] \quad (6)$$

$$[M] \ddot{u} + \beta [K] \dot{u} + [K] u + [\lambda] = [F] \quad (7)$$

M et K sont les matrices usuelles de masse et de raideur des poutres en flexion pure et un amortissement visqueux, proportionnel à la matrice de raideur, est introduit pour tenir compte des phénomènes d'amortissement. Le vecteur force extérieure ne contient qu'une seule composante différente de 0, celle correspondant au nœud sollicité par la charge extérieure constante. Comme le contact est supposé ponctuel il en va de même pour le vecteur λ . On utilise ensuite le développement des déplacements des points de la plaque en série de ses modes appuyés :

$$w(x,y,t) = \sum_{n=1}^N a_n(t) \phi_n(x,y) \quad (8)$$

où $a_n(t)$ représente une amplitude de mode de plaque choisie simplement supportée sur ses bords et $\phi_n(x,y)$ un mode de plaque appuyée. En utilisant (8) dans les équations de plaque, on obtient classiquement sans ou avec contact:

$$M_p \ddot{a}_p(t) + \xi_p \dot{a}_p(t) + K_p a_p(t) = 0 \quad p=1 \rightarrow N \quad (9)$$

$$M_p \ddot{a}_p(t) + \xi_p \dot{a}_p(t) + K_p a_p(t) - \lambda \phi_p(M_e) = 0 \quad p=1 \rightarrow N \quad (10)$$

M_p, ξ_p, K_p sont respectivement la masse, l'amortissement et la raideur, grandeurs généralisées, d'un mode de plaque. N représente le nombre de modes pris en compte dans le calcul. Les équations deviennent en utilisant un schéma explicite en temps et pour l'instant n :

$$\Delta t^{-2} [M] [u^{n+1} - 2u^n + u^{n-1}] + 0.5 \beta \Delta t^{-1} [K] [u^{n+1} - u^{n-1}] + [K] [u^n] = [F^n] \quad (11)$$

$$\Delta t^{-2} M_p (a_p^{n+1} - 2a_p^n + a_p^{n-1}) + 0.5 \xi_p \Delta t^{-1} (a_p^{n+1} - a_p^{n-1}) + K_p a_p^n = 0 \quad p=1 \rightarrow N \quad (12)$$

et lorsque le contact s'opère:

$$\Delta t^{-2} [M] [u^{n+1} - 2u^n + u^{n-1}] + 0.5 \beta \Delta t^{-1} [K] [u^{n+1} - u^{n-1}] + [K] [u^n] + [\lambda^n] = [F^n] \quad (13)$$

$$\Delta t^{-2} M_p (a_p^{n+1} - 2a_p^n + a_p^{n-1}) + 0.5 \xi_p \Delta t^{-1} (a_p^{n+1} - a_p^{n-1}) + K_p a_p^n - \lambda^n \phi_p(M_e) = 0 \quad p=1 \rightarrow N \quad (14)$$

où λ^n représente l'effort de contact à l'instant n pour éviter la pénétration à l'instant n+1. A partir de (12) et (14) on déduit l'expression de l'effort λ^n :

$$\lambda^n = \frac{w^{n+1} + f(M_e, a_p^n, a_p^{n-1})}{\sum_{p=1}^N d_p^{-1} \phi_p^2(M_e)} \quad (15)$$

où f est une fonction de la position du point de contact et des amplitudes des modes de plaque aux instants antérieurs n et n-1, w^{n+1} le déplacement du point de la plaque à l'instant n+1 et un coefficient modal :

$$d_p = [\Delta t^{-2} M_p + 0.5 \xi_p \Delta t^{-1}] \quad (16)$$

La solution du problème passe alors par la résolution, à chaque pas de temps, du système constitué par les équations (11) et (12) en l'absence de contact et par le système (5) (13) (14) (15) lorsqu'une pénétration est détectée. Lorsque l'accélération des points de la plaque est connue en tout point, on calcule alors son rayonnement acoustique en supposant qu'elle est bafflée et rayonne dans un espace semi-infini. Après une opération de discrétisation de l'intégrale de surface du radiateur acoustique, l'expression de la pression rayonnée est alors donnée par :

$$p(M, t) = \frac{\rho_0 \Delta S}{2\pi} \sum_{j=1}^J \frac{\gamma(t - r(M, M_j)/c)}{r(M, M_j)} \quad (17)$$

où ρ_0 représente la masse volumique du fluide, $\Delta S = S/J$ l'élément de surface du à l'opération de discrétisation, et γ l'accélération de plaque prise aux points centraux de chaque élément ΔS . c désigne la célérité des ondes acoustique du milieu de propagation et $r(M, M_j)$ représente la distance entre un point émetteur sur la plaque et le point d'écoute M situé à une distance suffisante en terme de précision lié au maillage du champ d'accélération de la plaque ΔS . Autrement dit, plus on se situe dans le champ proche de la plaque et plus les éléments ΔS doivent être petits.

2.2 Simulation numérique d'un bruit de contact intermittent

Dans les résultats suivants, tous les paramètres sont fixés, exceptée l'épaisseur de la plaque. La poutre et la plaque sont en acier. La plaque est carrée de 50 cm de côté et la poutre présente une longueur de 73.68 cm pour une largeur de 1 cm et une épaisseur de 2 cm. Le jeu initial est fixé à un dixième de millimètre et une force de 1 Newton, constante dans le temps lui est appliquée à son extrémité libre, ce qui lui confère en l'absence d'obstacle une flèche statique de 1 dixième de millimètre. Lorsque la charge est

bien supérieure à un Newton le jeu initial est toujours compensé et les deux corps évoluent alors comme liés, ce qui conduit à aucun bruit de « Rattle » puisqu'aucun décollement des corps en contact n'apparaît alors. Pour une force inférieure, le contact peut ne jamais survenir et on se trouve dans une situation conduisant évidemment à aucun rayonnement de la part de la plaque restée immobile. Le contact s'opère au milieu de la plaque et le rayonnement est calculé en champ proche (10cm, centré) ou lointain (à une hauteur de 1 mètre et centrée). Le facteur d'amortissement β de la poutre est fixé à 10^{-6} , valeur raisonnable pour une poutre en acier. Les taux d'amortissement modaux de la plaque en acier sont tous identiques et valent $\xi_p = 10^{-2}$. Nous présentons en figure 2 un premier résultat pour une plaque de un dixième de millimètre d'épaisseur. On constate que le mouvement de la poutre n'est pas affecté par la présence de cet obstacle d'une très grande souplesse et la poutre vibre principalement sur son premier mode situé vers 30 Hz comme le montre la transformée de Fourier de l'accélération du point de contact de la poutre (figure 3). Le rayonnement (figure 4) est ensuite calculé à partir de l'expression (17) avec un maillage surfacique de 10×10 éléments. Le nombre de mode de plaque N (équation 8) est choisit pour assurer la convergence du champ accélérométrique de la plaque jusqu'à 10 kHz, fréquence largement suffisante pour obtenir une bonne simulation acoustique d'un bruit de contact intermittent. Comme le montre la figure 4, pour chaque entrée en contact de la poutre avec la plaque, la pression acoustique présente une brusque discontinuité. Cette discontinuité est liée à la méthode de résolution du problème qui présente lui-même des discontinuités sur les efforts de contact. Pour que l'écoute de ces sons corresponde à une réalité physique, on opère une filtration en temps, qui permet d'éliminer ces discontinuités (figure 5). Ce sont ces sons filtrés qui sont écoutés à des fins de simulation de bruit de contact intermittents.

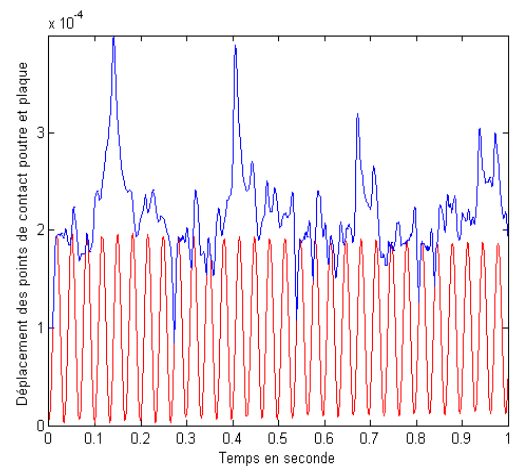


Figure 2 : Comportement temporel en déplacement des points de contact pour une plaque d'un dixième de mm d'épaisseur

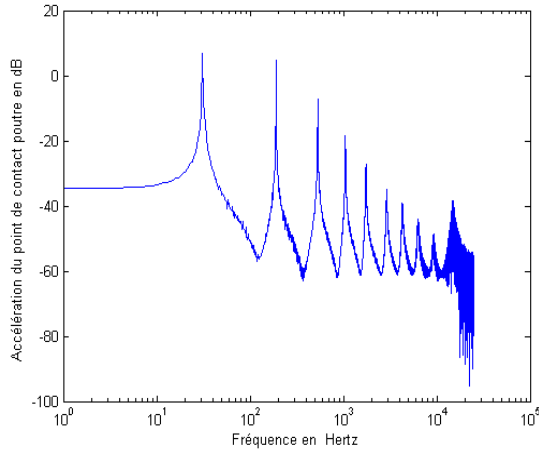


Figure 3 : Spectre d'accélération du point de contact poutre

On présente en figure 6 le cas d'une plaque de 1 mm d'épaisseur. On constate que cette fois la réponse de la poutre est sensiblement affectée par l'obstacle constitué par cette plaque de 1 mm. Cela se traduit par une modification du spectre d'accélération du point de contact de la poutre (figure 7), notamment entre 10 et 100 Hz. Visiblement le mode de poutre fondamental de 30 Hz est perturbé par l'obstacle et un premier pic à 24 Hz apparaît dorénavant dans ce spectre. En figure 8, la simulation de la pression rayonnée par la plaque montre un bruit typique de « Rattle » à une fréquence de l'ordre de 24 Hz : on compte environ 24 événements dans le comportement temporel de la pression rayonnée, ainsi que dans celui de la force de contact (figure 9). Le spectre d'accélération de la plaque (figure 10) présente aussi ce premier pic vers 24 Hz. Cette fréquence de contact peut se calculer de manière approchée lorsque les raideurs de la plaque et de la poutre sont du même ordre de grandeur par la formule déduite d'une linéarisation du contact intermittent :

$$f_{cont} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{(K_1 + K_2)}{(M_1 + M_2)}} \quad (18)$$

Où K_1 respectivement K_2 représentent les raideurs des corps aux points de contact et M_1 respectivement M_2 les masses au point de contact. En ce qui concerne la plaque, on calcule cette fréquence de contact en adoptant la masse et la raideur généralisées du premier mode de plaque. On constate donc que la plaque apporte plus de masse que de raideur lors de ce contact intermittent, puisque la fréquence (18) chute de 30 Hz à 24 Hz. Sur la figure 11, on s'intéresse au cas d'une plaque de 2 mm d'épaisseur et la figure 12 présente le spectre d'accélération du point de contact de la poutre où un premier pic apparaît aux alentours de 36 Hz. Cette fréquence de contact est cette fois ci plus élevée que 30 Hz signifiant que la plaque joue plus en raideur qu'en masse. Cette fréquence de contact de 36 Hz, bien approximée par la linéarisation (18), approxime le nombre d'événements visibles sur le comportement de la pression rayonnée (figure 13). Finalement, le cas d'une plaque d'un centimètre d'épaisseur est présentée en figures (14, 15, 16). La raideur de la plaque est telle qu'elle bloque complètement la poutre dans son mouvement (figure 14). La fréquence de contact n'est plus calculable avec une formule linéarisée, comme en (18), les raideurs étant bien

trop différentes. La figure (15) montre que l'effort de contact décroît très vite contrairement aux cas des plaques plus souples et le bruit de contact intermittent tend lui aussi très vite vers zéro, (figure 16), ce qui en limite les effets.

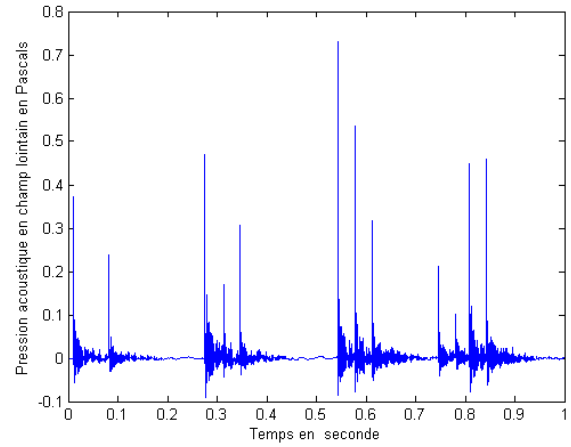


Figure 4 : Comportement temporel de la pression rayonnée par une plaque d'un dixième de mm d'épaisseur

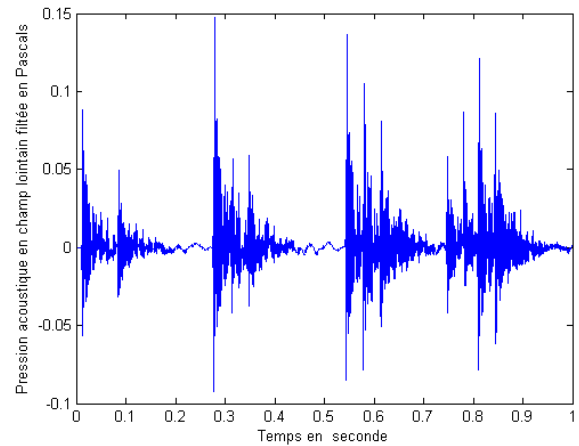


Figure 5 : Comportement temporel de la pression rayonnée filtrée, par une plaque d'un dixième de mm d'épaisseur

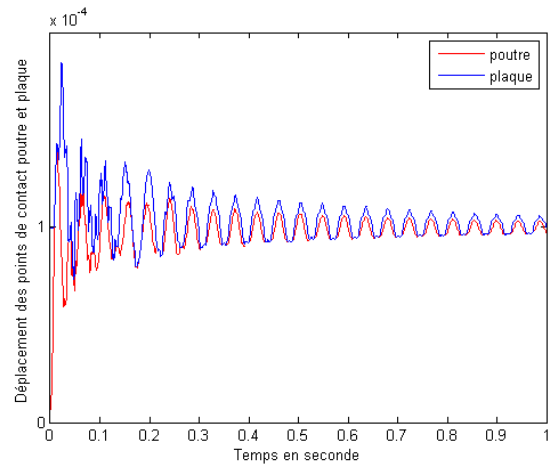


Figure 6 : Comportement temporel en déplacement des points de contact pour une plaque de 1 mm d'épaisseur

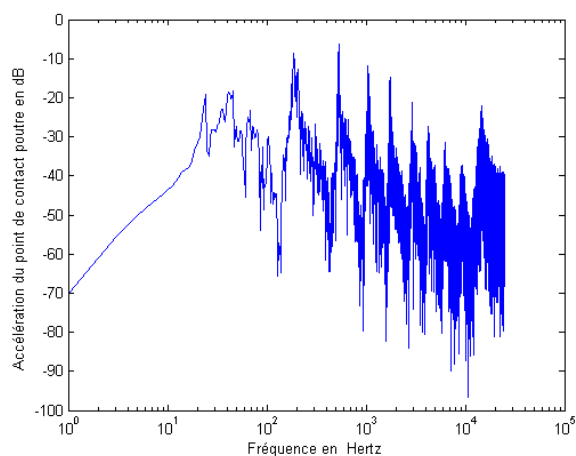


Figure 7 : Spectre d'accélération du point de contact poutre

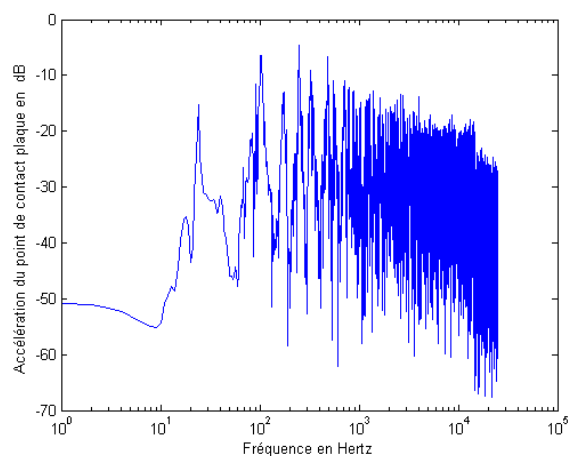


Figure 10 : Spectre d'accélération du point de contact de la plaque de 1 mm d'épaisseur

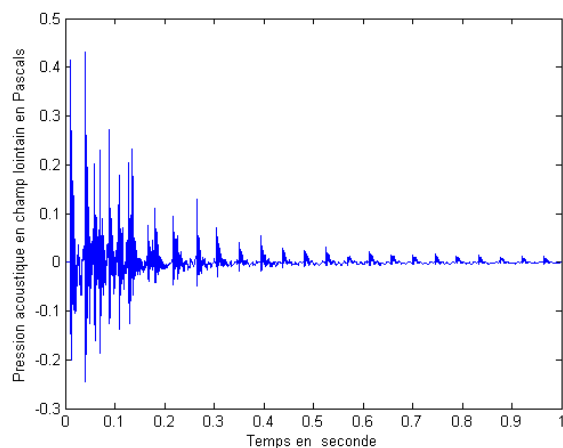


Figure 8 : Comportement temporel de la pression rayonnée par une plaque de 1 mm d'épaisseur

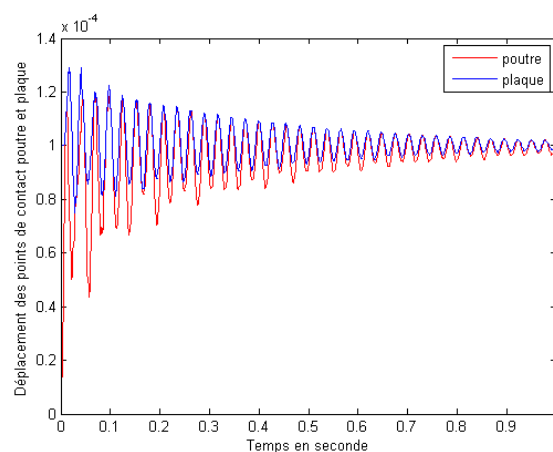


Figure 11 : Comportement temporel en déplacement des points de contact pour une plaque de 2mm d'épaisseur

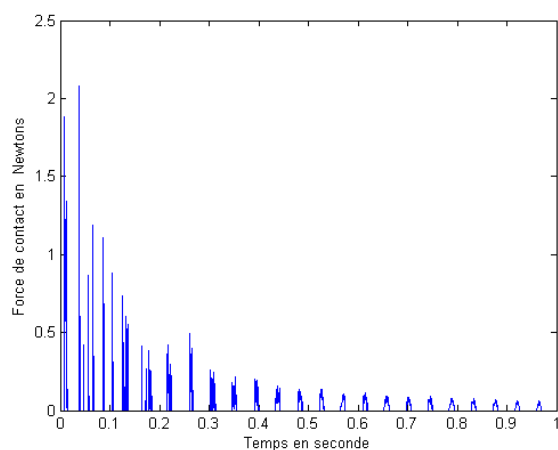


Figure 9 : Force de contact dans le cas d'une plaque de 1 mm d'épaisseur

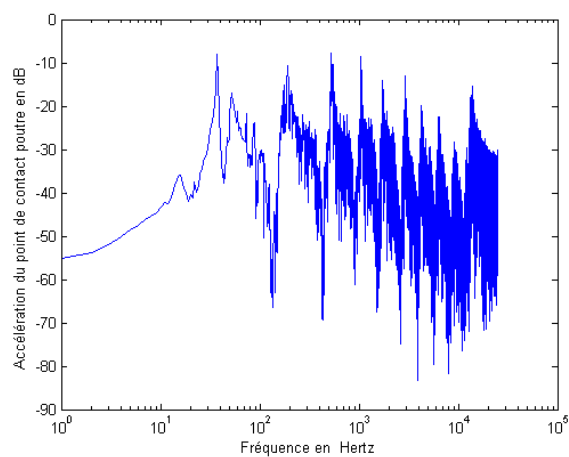


Figure 12 : Spectre d'accélération du point de contact poutre

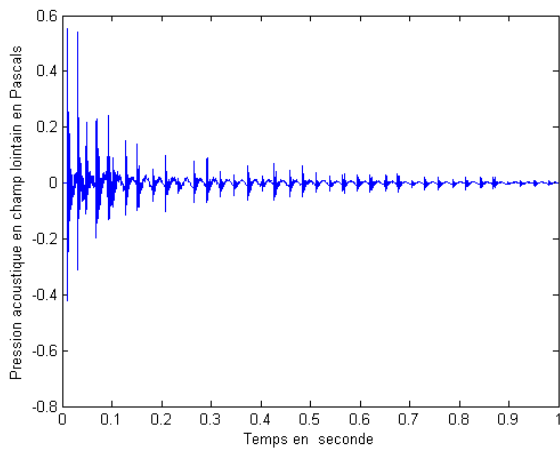


Figure 13 : Comportement temporel de la pression rayonnée par une plaque de 2 mm d'épaisseur

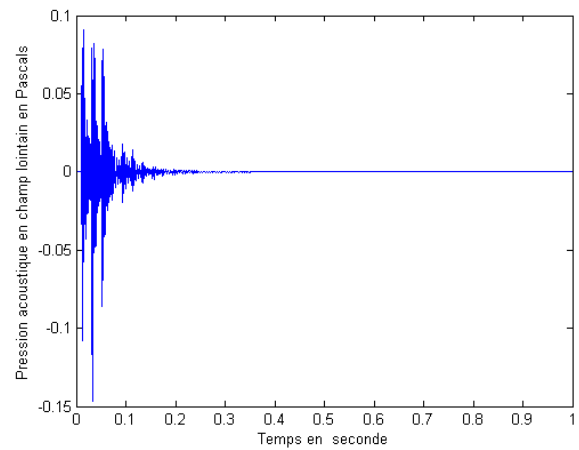


Figure 16 : Comportement temporel de la pression rayonnée par une plaque de 1 cm d'épaisseur

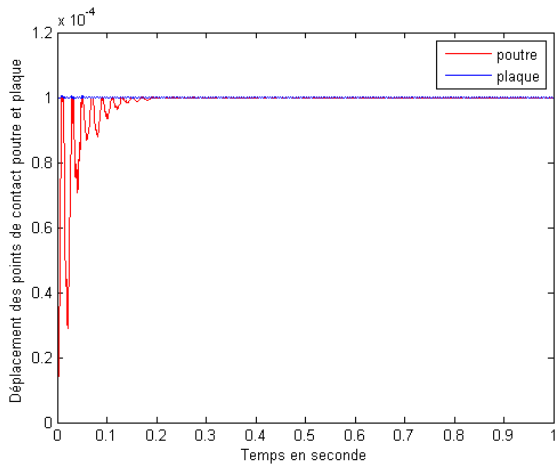


Figure 14 : Comportement temporel en déplacement des points de contact pour une plaque de 1cm d'épaisseur

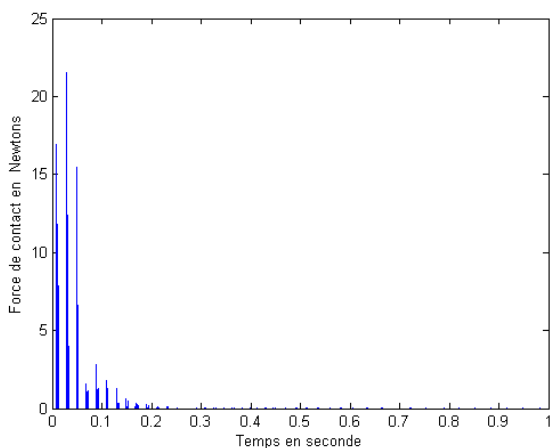


Figure 15 : Force de contact dans le cas d'une plaque de 1cm d'épaisseur

3 Conclusion

Cet article a présenté un exemple de modélisation des bruits de contact intermittents. La résolution de ce problème s'effectue en utilisant un schéma explicite temporel. Lorsqu'un contact intervient entre les deux corps susceptibles de se rencontrer (ici une poutre et une plaque), une force de contact est calculée qui permet d'éviter qu'une pénétration ait lieu. Cette force de contact présente des discontinuités au tout début du contact qui génère par là même des discontinuités d'accélération et donc de pression rayonnée. La pression est alors filtrée pour gommer ces discontinuités qui gênent l'écoute des sons simulés. Lorsque les raideurs des points de contact sont du même ordre de grandeur, une fréquence de contact peut être calculée à partir d'une formule simple issue d'une linéarisation. Cette fréquence apparaît clairement dans les bruits de contact intermittents, comme un compteur d'événements ou comme le nombre de fois que les corps se rencontrent en une seconde, générant à chaque fois une émission acoustique caractéristique.

Références

- [1] Schedig S., Lambourg C., Chaigne A., "Transient sound fields from impacted plates; comparison between numerical simulation and experiments", *Journal of Sound and Vibration*, 221, 471-490 (1999).
- [2] Troccaz P., Woodcock R., Laville P., "Acoustic radiation due to the inelastic impact of a sphere on a rectangular plate", *J. Acoust. Soc. Am.* 108, 2197-2202 (2000).
- [3] Baillet L., D'Errico S., Laulagnet B., "Understanding the occurrence of squealing noise using the finite temporal finite element method", *Journal of Sound and Vibration*, 292, 443-460 (2006).