

10ème Congrès Français d'Acoustique

Lyon, 12-16 Avril 2010

Détermination Analytique du Déclenchement de Machines Thermoacoustiques à partir de la Matrice de Transfert Expérimentale d'un Noyau Thermoacoustique

Matthieu Guédra, Guillaume Penelet, Pierrick Lotton

Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine, Avenue Olivier Messiaen, 72000 Le Mans

La thermoacoustique est l'étude de l'interaction entre un fluide oscillant et une paroi soumise à un gradient de température, interaction susceptible de générer du travail (acoustique) et un flux de chaleur hydrodynamique. Les moteurs thermoacoustiques sont des résonateurs acoustiques qui utilisent et maximisent l'effet de cette interaction au niveau d'un empilement localisé de parois (stack) pour créer une onde sonore à partir d'un apport de chaleur. A ce jour, plusieurs modèles, analytiques ou numériques, permettent de prédire le déclenchement et le comportement de tels moteurs. Cependant, la plupart de ces modèles sont basés sur des hypothèses fortes qui portent notamment sur une simplification de la géométrie du stack ou sur la forme du champ de température dans le noyau thermoacoustique. L'objet du travail présenté ici est de proposer une méthode alternative pour prédire le déclenchement d'un moteur thermoacoustique en s'affranchissant d'un certain nombre de ces hypothèses. Cette méthode, basée sur le formalisme des matrices de transfert, consiste dans un premier temps à caractériser expérimentalement les propriétés de transmission/diffusion du noyau thermoacoustique au moyen d'un banc de mesure adapté développé au LAUM. Les résultats de mesure sont ensuite introduits dans une modélisation générique permettant de prédire les conditions de déclenchement (puissance de chauffage et fréquence acoustique) de l'instabilité thermoacoustique dans un moteur de géométrie quelconque (droit ou annulaire, couplé ou non à une charge acoustique comme un résonateur secondaire ou un alternateur électrodynamique) équipé du noyau thermoacoustique préalablement caractérisé. Cet article présente l'approche analytique pour la modélisation du déclenchement ainsi que le banc de caractérisation expérimentale du noyau thermoacoustique. Les premiers résultats de mesure sont également présentés et discutés.

1 Introduction

Depuis maintenant une vingtaine d'années, l'optimisation des moteurs thermoacoustiques a connu un essor assez important en termes de rendement ou de compacité. Parmi les prototypes de moteurs les plus performants, on peut citer la machine développée par G. Swift et S. Backhaus qui, pressurisée sous 30 bars d'Hélium, peut atteindre un rendement de 30% et produire près de 700W de puissance acoustique [5]. Une application des moteurs thermoacoustiques est par exemple l'utilisation de l'effet thermoacoustique comme source sonore pour la conversion de l'énergie acoustique en énergie électrique au moyen d'un alternateur [8], ce qui permet d'obtenir une source d'électricité bénéficiant des propriétés avantageuses qu'offre la thermoacoustique (simplicité, résistance, faible coût de production, respect de l'environnement...).

Cependant, il apparaît que le dimensionnement et l'optimisation de la plupart des prototypes de moteurs existants se font de manière semi-empirique, du fait qu'au delà du déclenchement, la saturation de l'onde acoustique résulte de la mise en jeu de nombreux effets non linéaires encore peu compris à ce jour. La prédiction du déclenchement de l'instabilité thermoacoustique est quant à elle relativement bien décrite (analytiquement ou numériquement), mais repose sur des

hypothèses fortes concernant la géométrie du stack ou la forme du champ de température imposé. En effet, les géométries de stack généralement considérées pour la modélisation sont bien souvent simples (réseau de fentes parallélipédiques ou de pores à section carrée ou cylindrique [2, 3]) en regard de celles utilisées dans les machines réelles (empilement de grilles, "pin-array stacks", ...) et le champ de température dans le noyau thermoacoustique est bien souvent supposé linéaire (conformément à la Fig. 1), à défaut de pouvoir le décrire plus précisément.

C'est l'objet du travail présenté dans ce document que de proposer une nouvelle approche pour la prédiction des conditions de déclenchement de moteurs thermoacoustiques. Cette approche est basée sur la mesure de la matrice de transfert d'un noyau thermoacoustique sans qu'aucune hypothèse ne soit faite quant à ses propriétés thermophysiques ou géométriques.

Dans une première partie, la théorie générale qui permet d'exprimer analytiquement les conditions de déclenchement d'un moteur est exposée. Il est notamment démontré que le formalisme utilisé permet de modéliser ce déclenchement pour un grand nombre de configurations de moteurs avec beaucoup de simplicité. La seconde partie aborde le procédé expérimental qui permet d'obtenir la matrice de transfert d'un noyau thermoacoustique sur une gamme de fréquence de 50

à 200 Hz et pour plusieurs puissances de chauffage Q_i . Les résultats sont analysés et comparés à ceux obtenus de façon analytique.

2 Détermination analytique des conditions de déclenchement d'un moteur thermoacoustique

2.1 Cas simple du moteur à ondes stationnaires

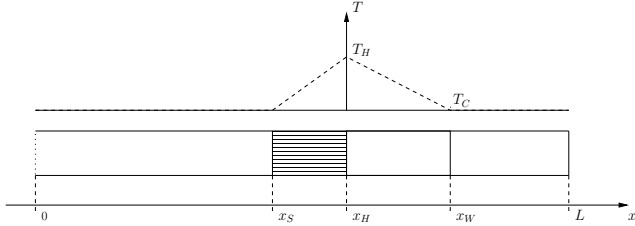


FIG. 1: Schéma d'un moteur thermoacoustique à ondes stationnaires.

La Fig. 1 représente schématiquement un moteur thermoacoustique à ondes stationnaires constitué d'un résonateur acoustique droit dans lequel est placé le noyau thermoacoustique. Ce noyau thermoacoustique comprend le stack, situé en $[x_w, x_H]$, et une partie du guide d'onde inhomogène en température, située en $[x_H, x_w]$ et appelée partie passive du noyau.

L'hypothèse d'une onde plane harmonique de fréquence ω permet d'écrire la pression acoustique en tout point $x \in [0, L]$ sous la forme

$$p(x, t) = \Re(\tilde{p}(x)e^{-j\omega t}), \quad (1)$$

où $\tilde{p}(x)$ est l'amplitude complexe de la pression et $\Re()$ représente la partie réelle. De la même façon, il est possible d'exprimer le débit acoustique $u(x, t)$ sous une forme équivalente et l'utilisation du formalisme des matrices de transfert permet finalement de relier les amplitudes complexes de pressions et débits acoustiques en chacun des points du moteur comme suit :

$$\begin{pmatrix} \tilde{p}(L) \\ \tilde{u}(L) \end{pmatrix} = T_2 \times \begin{pmatrix} \tilde{p}(x_w) \\ \tilde{u}(x_w) \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{p}(x_w) \\ \tilde{u}(x_w) \end{pmatrix} = T_w \times \begin{pmatrix} \tilde{p}(x_H) \\ \tilde{u}(x_H) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{p}(x_H) \\ \tilde{u}(x_H) \end{pmatrix} = T_s \times \begin{pmatrix} \tilde{p}(x_s) \\ \tilde{u}(x_s) \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{p}(x_s) \\ \tilde{u}(x_s) \end{pmatrix} = T_1 \times \begin{pmatrix} \tilde{p}(0) \\ \tilde{u}(0) \end{pmatrix}, \quad (5)$$

où T_1 , T_w , T_s et T_2 désignent les matrices de transfert de chacune des régions du guide d'onde (Fig. 1).

Les matrices de transfert T_1 et T_2 , traduisant la propagation en ondes planes dans les régions homogènes en température du guide d'onde ($x \in [0, x_s] \cup [x_w, L]$) sont obtenues à partir de l'expression de la matrice de transfert entre deux points x_A et x_B d'un guide d'onde

$$T = \begin{pmatrix} \cos[k_w(x_B - x_A)] & \frac{ik_0 Z_w}{k_w} \sin[k_w(x_B - x_A)] \\ \frac{ik_0 Z_w}{k_0 Z_w} \sin[k_w(x_B - x_A)] & \cos[k_w(x_B - x_A)] \end{pmatrix}, \quad (6)$$

où $k_0 = \frac{\omega}{c_0}$ désigne le nombre d'onde sans pertes et c_0 la célérité adiabatique du son. Le nombre d'onde complexe

$$k_w = k_0 \sqrt{\frac{1 + (\gamma - 1)f_\kappa}{1 - f_\nu}}, \quad (7)$$

traduit les pertes par propagation et dépend des fonctions f_ν et f_κ qui caractérisent les couplages visqueux et thermiques entre le fluide oscillant et les parois (où γ désigne le coefficient polytropique du fluide). Enfin, le coefficient $Z_w = \frac{\rho_0 c_0}{(1 - f_\nu)S_w}$ représente une impédance complexe, où ρ_0 et S_w désignent respectivement la masse volumique du fluide et la section du guide d'onde.

T_s et T_w sont respectivement les matrices de transfert du stack et de la partie passive du noyau dont des expressions analytiques peuvent être obtenues, soit sous la forme d'une série infinie d'opérateurs intégraux [6], soit, sous réserve d'hypothèses plus réductrices, sous une forme approchée beaucoup plus simple [7]. La première forme est davantage satisfaisante car elle constitue une solution exacte de l'équation de la thermoacoustique linéaire, cependant sa résolution ne peut se faire que de manière numérique, après troncature de la série infinie. Reste que l'expression analytique des matrices T_s et T_w ne peut être obtenue qu'au moyen d'hypothèses fortes portant notamment sur la géométrie des pores du stack, la longueur du stack ou encore la forme du champ de température imposé le long du noyau.

Considérant que les expressions analytiques des matrices T_1 , T_2 , T_s et T_w sont connues, les équations (2) à (5) associées aux relations de continuité pour la pression et le débit acoustique permettent d'écrire

$$\begin{pmatrix} \tilde{p}(L) \\ \tilde{u}(L) \end{pmatrix} = T_{tot} \times \begin{pmatrix} \tilde{p}(0) \\ \tilde{u}(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{pp} & T_{pu} \\ T_{up} & T_{uu} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \tilde{p}(0) \\ \tilde{u}(0) \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Cette équation relie les pressions et débits acoustiques aux deux extrémités du moteur, T_{tot} étant la matrice de transfert globale définie comme le produit des quatre matrices :

$$T_{tot} = T_2 \times T_w \times T_s \times T_1. \quad (9)$$

Par suite, l'application des conditions aux limites en $x = 0$ et $x = L$ permet d'établir la condition de déclenchement du moteur. Ainsi, dans l'exemple de moteur représenté sur la Fig. 1, l'extrémité ouverte en $x = 0$ impose une pression acoustique $\tilde{p}(0) = 0$ (en première approximation) et l'extrémité fermée par une paroi supposée parfaitement rigide en $x = L$ impose un débit acoustique $\tilde{u}(L) = 0$. Le report de ces deux conditions dans l'équation (8) donne

$$\begin{cases} \tilde{p}(L) &= T_{pu}\tilde{u}(0) \\ 0 &= T_{uu}\tilde{u}(0) \end{cases} \quad (10)$$

dont une solution non-triviale ($\tilde{u}(0) \neq 0$) est obtenue si

$$T_{uu} = 0, \quad (11)$$

ce qui constitue la condition de déclenchement du moteur à ondes stationnaires ouvert-fermé.

En réalité, les coefficients de la matrice de transfert étant des quantités complexes qui dépendent à la fois de la fréquence et de la température chaude¹ T_H à droite du stack (Fig. 1), il convient de résoudre l'équation (11) sous la forme d'un système de deux équations à deux inconnues du type

$$\begin{cases} \Re(T_{uu}(\omega, T_H)) &= 0 \\ \Im(T_{uu}(\omega, T_H)) &= 0 \end{cases}, \quad (12)$$

¹En première approximation. En réalité, les coefficients dépendent de la distribution de température le long du noyau.

où $\Re(T_{uu})$ (resp. $\Im(T_{uu})$) est la partie réelle (resp. imaginaire) de T_{uu} . La solution de ce système est le couple $(\omega_{onset}, T_{H,onset})$ constitué de la fréquence et de la température de déclenchement du moteur.

2.2 Généralisation de la théorie pour des géométries plus complexes

L'utilisation des matrices de transfert permet d'écrire la propagation des champs acoustiques pour un grand nombre de moteurs de géométries diverses. En premier lieu, le simple changement des conditions d'impédances aux extrémités du moteur droit de la Fig. 1 suffit à la formulation des conditions de déclenchement pour les trois autres configurations suivantes :

$$T_{pp} = 0 \quad \text{pour un moteur "fermé-ouvert"}, \quad (13)$$

$$T_{pu} = 0 \quad \text{pour un moteur "ouvert-ouvert"}, \quad (14)$$

$$T_{up} = 0 \quad \text{pour un moteur "fermé-fermé"}. \quad (15)$$

Couplage avec un alternateur

Le couplage du résonateur avec un alternateur, par exemple à l'extrémité $x = 0$, peut également être introduit par une condition d'impédance $\tilde{Z}(0) = \tilde{Z}_{alt}$, où

$$\tilde{Z}_{alt} = R_{ma} + \frac{i}{\omega C_{ma}} - i\omega M_{ma} \quad (16)$$

est l'impédance équivalente de l'alternateur électrodynamique. R_{ma} est la résistance acoustique équivalente aux pertes mécaniques, C_{ma} est la compliance acoustique équivalente à la compliance des suspensions et M_{ma} est la masse acoustique équivalente à la masse mobile de l'alternateur. Ainsi, la condition de déclenchement du moteur droit de la Fig. 1 couplé à un alternateur en $x = 0$ peut s'écrire

$$T_{up} + \frac{T_{uu}}{\tilde{Z}_{alt}} = 0. \quad (17)$$

Moteur annulaire

Le formalisme des matrices de transfert permet également d'exprimer les conditions de déclenchement d'un moteur annulaire, comme représenté schématiquement sur la Fig. 2.

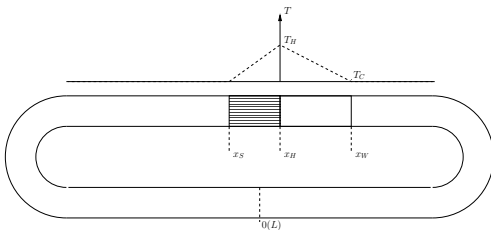


FIG. 2: Schéma d'un moteur thermoacoustique annulaire.

L'équation (8) reste valide sous l'hypothèse que la propagation d'une onde dans l'anneau est assimilable à celle dans un tube droit de longueur déroulée équivalente (les effets dus à la courbure sont supposés négligeables).

Par suite, les équations de continuité en pression et débit acoustiques au point $x = 0$ permettent de réécrire l'équation (8) sous la forme :

$$\begin{pmatrix} \tilde{p}(0) \\ \tilde{u}(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{pp} & T_{pu} \\ T_{up} & T_{uu} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \tilde{p}(0) \\ \tilde{u}(0) \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Cette équation admet une solution non-nulle si et seulement si le déterminant de la matrice $(T_{tot} - I_2)$ est nul². La condition de déclenchement d'un moteur annulaire s'écrit alors :

$$(T_{pp} - 1)(T_{uu} - 1) - T_{up}T_{pu} = 0. \quad (19)$$

Enfin, identiquement au cas du moteur à ondes stationnaires, le couplage entre le résonateur annulaire et un alternateur [8] ou un résonateur secondaire (type "quart d'onde" [5]) peut être introduit par l'ajout d'une condition d'impédance et une expression de la condition de déclenchement peut être développée de manière équivalente.

En résumé, il est possible d'écrire analytiquement les conditions de déclenchement d'un grand nombre de moteurs thermoacoustiques de géométries diverses. Cependant, rappelons que les expressions analytiques des matrices T_s et T_w caractérisant la propagation dans le noyau ne peuvent être qu'approchées, par l'application d'hypothèses fortes portant notamment sur la géométrie des pores du stack ou la forme du champ de température. De plus, cette approche théorique ne tient pas compte de la géométrie ou de l'efficacité des échangeurs de chaleurs situés en x_s , x_H et x_w et qui permettent d'établir le gradient thermique le long du noyau.

Une nouvelle approche est donc proposée. Elle consiste à considérer le noyau thermoacoustique comme une "boîte noire" dont les propriétés géométriques et thermophysiques ne sont pas connues mais dont la matrice de transfert est mesurable au moyen d'un procédé expérimental présenté dans le chapitre suivant.

3 Mesure des coefficients de la matrice de transfert expérimentale d'un noyau

3.1 Dispositif expérimental

Le banc de mesure utilisé est représenté schématiquement sur la Fig. 3. Il est composé du noyau thermoacoustique à caractériser situé entre x_s et x_w inséré entre deux tubes droits en PVC de longueur $L = 2m$ et de rayon interne $R = 16,45mm$. Le tube de gauche est connecté à un haut-parleur électrodynamique délivrant un sinus glissant sur une gamme de fréquence $[50, 200]Hz$. L'extrémité du tube de droite (Fig. 3) est soit laissée ouverte, soit fermée par une paroi rigide supposée parfaitement réfléchissante. Deux doublets microphoniques connectés à une carte d'acquisition sont insérés dans chacun des tubes de part et d'autre du noyau, permettant d'accéder aux fonctions de transfert intermicrophoniques sur la gamme de

² I_2 est la matrice identité 2×2 .

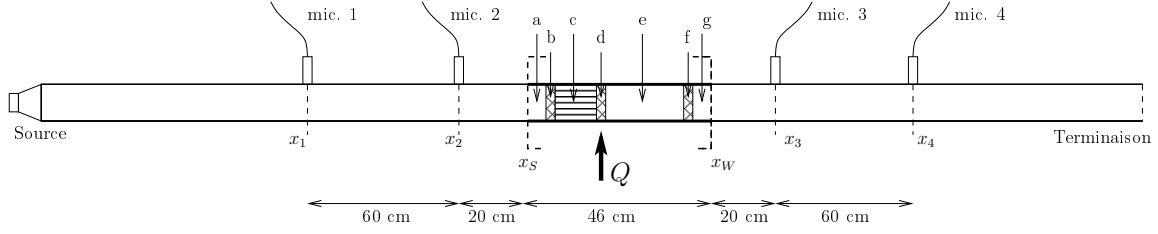


FIG. 3: Représentation schématique du banc expérimental utilisé pour mesurer la matrice de transfert du noyau.

fréquence souhaitée. Afin de minimiser les pertes dues aux fuites, de la graisse à vide est utilisée au niveau de l'emmanchement des tubes dans le noyau et au niveau des microphones. L'espacement entre microphones Δx est choisi de manière à minimiser les erreurs commises sur les mesures des fonctions de transfert, en respectant le critère d'Åbom [1]

$$0,1\pi < k_0\Delta x < 0,8\pi. \quad (20)$$

L'espacement inter-microphonique $\Delta x = 60\text{cm}$ retenu pour l'expérience est a priori le mieux adapté pour effectuer les mesures sur la gamme de fréquence $[50, 200]\text{Hz}$.

Le noyau thermoacoustique étudié est un guide d'onde en aluminium de rayon interne $R_w = 16,7\text{mm}$ et de longueur $l = 46\text{cm}$. Il est constitué d'une portion de tube (Fig3-a), d'un échangeur de chaleur froid (b), d'un stack en céramique à pores carrés de longueur $l_s = 7,2\text{cm}$ (c), d'un échangeur de chaleur chaud (d), d'une portion de tube (e) qui joue le rôle de la partie passive, d'un échangeur de chaleur froid (f) identique au premier, et d'une dernière portion de tube (g). Les pores carrés du stack ont une demi-épaisseur $R_s = 0,6\text{mm}$.

Les échangeurs froids sont composés d'une structure en nid d'abeille traversée par deux tubes dans lesquels circule de l'eau à température ambiante. L'échangeur chaud est constitué d'un morceau de stack en céramique d'environ 1cm d'épaisseur dans lequel est inséré un fil chauffant de Nichrome, relié à une alimentation électrique courant-tension permettant de contrôler la puissance Q dissipée par effet Joule dans le fil.

La méthode de mesure utilisée ici est une méthode à quatre microphones appelée "méthode à deux charges" et couramment utilisée, notamment en aéroacoustique [1, 4].

3.2 Méthode à deux charges

Dans cette partie, la théorie sur laquelle repose cette méthode de mesure est développée de façon très succincte. Le rayon du tube étant très inférieur à la longueur d'onde, la pression acoustique peut s'écrire comme la somme de deux ondes planes contrapropagatives. Ainsi l'amplitude complexe de la pression acoustique

$$\begin{aligned} \tilde{p}(x) &= \tilde{p}^+(x) + \tilde{p}^-(x) \\ &= \tilde{p}^+(x_s)e^{jk_w(x-x_s)} + \tilde{p}^-(x_s)e^{-jk_w(x-x_s)} \quad \forall x \in [0, x_s] \end{aligned} \quad (21)$$

à gauche du noyau s'écrit en fonction des composantes contrapropagatives en x_s , où k_w est le nombre d'onde complexe (Eq. (7)). De même, la pression à droite du noyau s'écrit :

$$\tilde{p}(x) = \tilde{p}^+(x_w)e^{jk_w(x-x_w)} + \tilde{p}^-(x_w)e^{-jk_w(x-x_w)} \quad \forall x \in [x_w, L]. \quad (22)$$

Au regard des équations (21) et (22), les quatre composantes contrapropagatives de pression à gauche et à droite du noyau

$$\tilde{p}^+(x_s) = \frac{\tilde{p}_2 e^{jk_w(x_s-x_1)} - \tilde{p}_1 e^{jk_w(x_s-x_2)}}{2j \sin[k_w(x_2-x_1)]}, \quad (23)$$

$$\tilde{p}^-(x_s) = \frac{\tilde{p}_1 e^{-jk_w(x_s-x_2)} - \tilde{p}_2 e^{-jk_w(x_s-x_1)}}{2j \sin[k_w(x_2-x_1)]}, \quad (24)$$

$$\tilde{p}^+(x_w) = \frac{\tilde{p}_4 e^{-jk_w(x_3-x_w)} - \tilde{p}_3 e^{-jk_w(x_4-x_w)}}{2j \sin[k_w(x_4-x_3)]}, \quad (25)$$

$$\tilde{p}^-(x_w) = \frac{\tilde{p}_3 e^{jk_w(x_4-x_w)} - \tilde{p}_4 e^{jk_w(x_3-x_w)}}{2j \sin[k_w(x_4-x_3)]}, \quad (26)$$

s'expriment en fonction des amplitudes de pressions $\tilde{p}_1 = \tilde{p}(x_1)$, $\tilde{p}_2 = \tilde{p}(x_2)$, $\tilde{p}_3 = \tilde{p}(x_3)$ et $\tilde{p}_4 = \tilde{p}(x_4)$ relevées au niveau de chacun des microphones.

Mesurant les signaux de pressions au niveau de chacun des microphones et connaissant les distances inter-microphoniques, il est donc possible d'estimer ces quatre composantes en amont et en aval du noyau et donc d'en déduire soit la matrice de diffusion du noyau définie par

$$\begin{pmatrix} \tilde{p}^+(x_w) \\ \tilde{p}^-(x_s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T^+ & R^- \\ R^+ & T^- \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \tilde{p}^+(x_s) \\ \tilde{p}^-(x_w) \end{pmatrix}, \quad (27)$$

soit sa matrice de transfert définie par

$$\begin{pmatrix} \tilde{p}(x_w) \\ \tilde{u}(x_w) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{pp} & T_{pu} \\ T_{up} & T_{uu} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \tilde{p}(x_s) \\ \tilde{u}(x_s) \end{pmatrix}, \quad (28)$$

où la pression est exprimée comme la somme des deux composantes planes (Eq. (21)) et le débit acoustique est calculé en utilisant la relation [7] :

$$\tilde{u}(x) = \frac{(1-f_\nu)}{j\omega\rho_0} \left(\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} \right) = \frac{1}{Z_c} [\tilde{p}^+(x) - \tilde{p}^-(x)], \quad (29)$$

avec $Z_c = \frac{Z_w k_0}{k_w}$.

Cependant, il apparaît clairement que l'équation (28) correspond à un système de deux équations à quatre inconnues (les quatre coefficients de la matrice). C'est pourquoi il est nécessaire d'effectuer deux mesures pour deux états différents du système [4]. La méthode à deux charges consiste alors à faire une mesure avec une première charge acoustique au niveau de la terminaison (cf. Fig. 3), puis une seconde mesure avec une charge acoustique différente. Dans le travail exposé ici, les deux

charges acoustiques à l'extrémité du tube sont successivement une terminaison ouverte et une paroi rigide. Il est important de souligner que malgré la simplicité de mise en oeuvre de cette méthode de mesure, il s'agit d'une méthode fortement indirecte et chaque erreur/incertitude de mesure peut se répercuter de façon non-négligeable sur les résultats finaux. Il convient donc d'apporter toutes les précautions nécessaires lors des mesures afin d'obtenir des résultats exploitables dans un modèle de prédiction du déclenchement.

3.3 Résultats de mesures

Lors des mesures, la température au niveau des échangeurs de chaleur froids est supposée invariante et égale à la température ambiante $T_C = 295K (22^\circ C)$. Le calcul théorique de la matrice de transfert du noyau ne peut se faire que pour une température T_H donnée au niveau de l'échangeur chaud (un profil de température exponentiel est choisi ici pour les calculs). En l'absence de thermocouples placés à l'intérieur du noyau thermoacoustique, l'accès à la puissance de chauffage Q dissipée par effet Joule au niveau du fil chauffant ne permet donc que la comparaison qualitative des résultats théoriques et expérimentaux.

Cependant, un cas particulier permet de juxtaposer les résultats et de faire une analyse quantitative : il s'agit du cas sans chauffage pour lequel $T_H = T_C$. A titre d'exemple, la Fig. 4 présente l'évolution du coefficient T_{pu} (en module et en phase) de la matrice de transfert du noyau thermoacoustique sur la gamme de fréquence $[50, 200]Hz$ en l'absence de chauffage. Les résultats expérimentaux obtenus sont en bon accord avec la théorie, même si il existe un écart qui peut en partie s'expliquer par la présence d'effets (dus aux jonctions entre les différentes parties du noyau ou à la présence des échangeurs de chaleur) qui ne sont pas pris en compte dans le modèle.

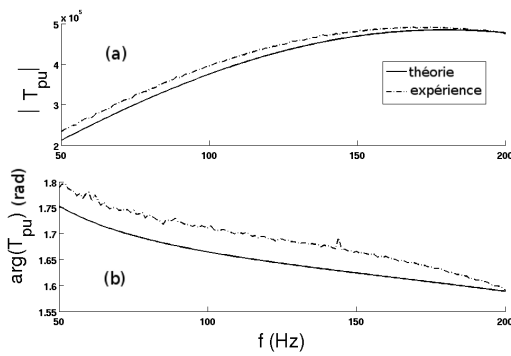


FIG. 4: Evolution du coefficient T_{pu} de la matrice de transfert du noyau sans chauffage en fonction de la fréquence, en module (a) et en phase (b). Les résultats issus de l'expérience (---) et des calculs numériques (—) sont comparés.

Lorsque les mesures sont réalisées pour plusieurs incréments de chauffage, le coefficient T_{pu} évolue en amplitude (Fig. 5-a) et en phase (Fig. 5-b) qualitativement de la même façon que lorsqu'il est calculé théoriquement (Fig. 6).

Les résultats concernant les autres coefficients de la matrice de transfert ou ceux de la matrice de diffusion du noyau thermoacoustique ne sont pas exposés ici, mais les conclusions restent identiques. De plus, les courbes obtenues expérimentalement sont le reflet des précautions prises lors des mesures et constituent un résultat encourageant pour l'introduction de la matrice expérimentale dans un modèle de prédiction du seuil de déclenchement.

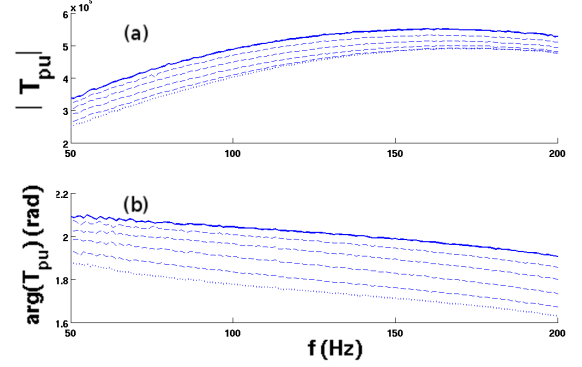


FIG. 5: Evolution du coefficient T_{pu} de la matrice de transfert expérimentale du noyau en fonction de la fréquence et pour plusieurs puissances de chauffage, en module (a) et en phase (b). $\cdots$: $Q_{min} = 7,8W$, $—$: $Q_{max} = 83W$, $--$: Q_i intermédiaires.

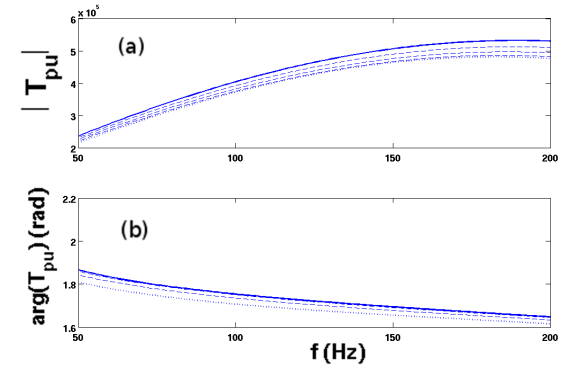


FIG. 6: Evolution du coefficient T_{pu} de la matrice de transfert théorique du noyau en fonction de la fréquence et pour plusieurs températures chaudes, en module (a) et en phase (b). $\cdots$: $T_{H,min} = T_C + 50K$, $—$: $T_{H,max} = T_C + 250K$, $--$: T_H intermédiaires.

4 Conclusion

L'utilisation des matrices de transfert pour la formulation analytique du déclenchement de l'instabilité thermoacoustique permet de modéliser de façon générique les conditions de déclenchement pour un grand nombre de moteurs de géométries diverses, et également d'introduire aisément le couplage entre le résonateur principal et des éléments secondaires comme par exemple un alternateur.

Cependant, cette modélisation nécessite de connaître

les expressions analytiques des matrices de transfert propres au stack et à la portion de guide d'onde soumis au gradient de température. Des expressions approchées de ces matrices peuvent être obtenues lorsque le stack est constitué d'un empilement de plaques ou de pores droits, et sous réserve de certaines hypothèses concernant notamment la forme du champ de température [2, 3, 6, 7].

Mais lorsque le stack est remplacé par un régénérateur constitué d'un empilement aléatoire de grilles métalliques et que la forme du champ de température le long du noyau est inconnue, la modélisation purement théorique de la propagation acoustique à l'intérieur du noyau peu s'avérer imprécise. C'est pourquoi il est proposé une approche expérimentale du problème qui permettrait, une fois les résultats introduits dans un modèle, de prédire le déclenchement d'un moteur thermoacoustique sans émettre d'hypothèses sur le noyau.

En utilisant une méthode à quatre microphones et en prenant toutes les précautions nécessaires lors des mesures, il est possible d'estimer expérimentalement les coefficients de la matrice de transfert du noyau thermoacoustique. Les travaux sont actuellement en cours en vue d'introduire ces résultats expérimentaux dans le modèle exposé ci-avant et par suite de juger du potentiel de cette nouvelle approche à prédire correctement les conditions de déclenchement de différents types de générateurs d'ondes thermoacoustiques.

Remerciements

Les auteurs souhaitent remercier Jean-Pierre Dalmont, enseignant-chercheur au Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine, pour ses conseils avisés concernant la mise en place du banc de mesure.

Références

- [1] Boden H., Abom M., "Influence of errors on the two-microphone method for measuring acoustic properties in ducts", *Journal of the Acoustical Society of America* 79 (2), 541-549 (1986)
- [2] Roh H.S., Arnott W.P., Sabatier J.M., Raspet R., "Measurement and calculation of acoustic propagation constants in arrays of small air-filled rectangular tubes", *Journal of the Acoustical Society of America* 89 (6), 2617-2624 (1991)
- [3] Arnott W.P., Bass H.E., Raspet R., "General formulation of thermoacoustics for stacks having arbitrarily shaped pore cross sections", *Journal of the Acoustical Society of America* 90 (6), 3228-3237 (1991)
- [4] Ajello G., "Mesures acoustiques dans les guides d'ondes en présence d'écoulement : Mise au point d'un banc de mesure - application à des discontinuités", Mémoire de Thèse de Doctorat, Université du Maine, soutenue en 1997
- [5] Backhaus S., Swift G.W., "A thermoacoustic-Stirling heat engine : Detailed study", *Journal of*

the Acoustical Society of America 107 (6), 3148-3166 (2000)

- [6] Job S., "Etudes théoriques et expérimentales d'un générateur thermoacoustique annulaire à ondes progressives", Mémoire de Thèse de Doctorat, Université du Maine, soutenue en octobre 2001
- [7] Penelet G., "Etude expérimentale et théorique des processus non linéaires de saturation dans un générateur d'ondes thermoacoustique annulaire", Mémoire de Thèse de Doctorat, Université du Maine, soutenue en novembre 2004
- [8] Backhaus S., Tward E., Petach M., "Traveling-wave thermoacoustic electric generator", *Applied Physics Letters* 85 (6), 1085-1087 (2004)